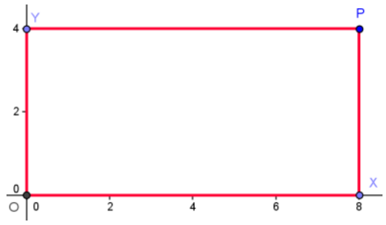
JEDEN A DVĚ 2 - ŘEŠENÍ



1. Vrcholy obdélníku $OXPY$ mají následující souřadnice:
$O[0;0]$, $X[8;0]$, $P[8;4]$, $Y[0;4]$. Obsah obdélníku je $32\ j^2$.

2. a) Parametrické tvary: směrový vektor přímky $\overleftrightarrow{OX}$ je $(8;0)$:

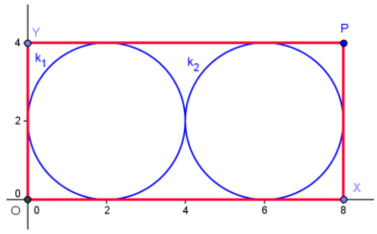
$$\overleftrightarrow{OX}:\quad x = 8 + 8t$$
$$y = 0 \quad,\quad t \in R$$

směrový vektor přímky $\overleftrightarrow{OY}$ je $(0;4)$: $\quad \overleftrightarrow{OY}:\quad x = 0$

$$y = 4 + 4s \quad,\quad s \in R$$

b) Obecné tvary: normálový vektor přímky $\overleftrightarrow{OX}$ je $(0;8)$: $\quad \overleftrightarrow{OX}: y = 0$

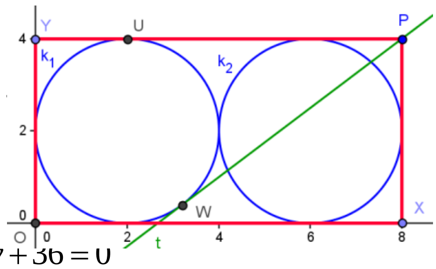
normálový vektor přímky $\overleftrightarrow{OY}$ je $(4;0)$: $\quad \overleftrightarrow{OY}: x = 0$



c) Směrnicové tvary: směrnice přímky $\overleftrightarrow{OX}$ je $k = 0$: $\overleftrightarrow{OX}: y = 0$

směrnice přímky $\overleftrightarrow{OY}$ není definována; rovnici nelze napsat.

3. Jedná se o dvě kružnice se stejně velkým poloměrem
$r_1 = r_2 = 2$, $S_1[2;2]$, $S_2[6;2]$.



a) Středové rovnice:

$$k_1: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \quad ; \quad k_2: (x-6)^2 + (y-2)^2 =$$

b) Obecné rovnice:

$$k_1: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \quad ; \quad k_2: x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0$$

4. Existuje jen jedno takové řešení – jedna tečna z bodu P ke kružnici k_1:

$$k_1: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad (x-2)(x-2) + (y-2)(y-2) = 4.$$

Rovnice poláry $q: (x_P - 2)(x-2) + (y_P - 2)(y-2) = 4$

$$(8-2)(x-2) + (4-2)(y-2) = 4$$
$$q: 3x + y - 10 = 0$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Průsečík kružnice a poláry: $k_1 \cap q:\ x^2+y^2-4x-4y+4=0 \qquad \wedge \qquad q: 3x+y-10=0$

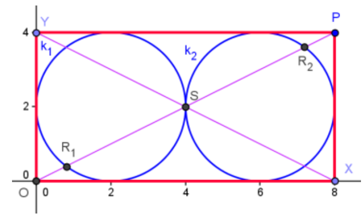
$$q: y=10-3x \quad \Rightarrow x^2+(10-3x)^2-4x-4(10-3x)+4=0$$

$$5x^2-26x+32=0 \quad \Rightarrow \quad D=36 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2}=\frac{26\pm 6}{10}$$

$$k_1 \cap q=\{W\},\ W\,[3{,}2\,;0{,}4]$$

$$k_1 \cap q=\{U\},\ U\,[2\,;4]$$

– tento bod není pro úkol 4. podstatný.



Parametrický tvar rovnice tečny $t=\overleftrightarrow{PW}$:

$t:\quad x=8-4{,}8m$

$\qquad y=4-3{,}6m \quad , \quad m\in R$

Obecný tvar rovnice tečny $t=\overleftrightarrow{PW}$: $\quad t:\ 3x-4y-8=0$

Směrnicový tvar rovnice tečny $t=\overleftrightarrow{PW}$: $\quad t:\ y=\frac{3}{4}x-2$

5. Řešením jsou tři body; jeden je v bodě dotyku S těchto dvou kružnic a je zároveň středem úsečky, která druhé dva body průsečíků R_1, R_2 spojuje (a také středem úhlopříčky obdélníku). Stačí tedy určit souřadnice jednoho z těchto dvou krajních bodů úsečky $|R_1R_2|$.

Rovnice úhlopříčky $u=\overleftrightarrow{OP}$: $\quad x-2y=0$

Průsečík kružnice a úhlopříčky: $k_1 \cap u:\ x^2+y^2-4x-4y+4=0 \quad \wedge \quad u: x-2y=0$

$$u: x=2y \quad \Rightarrow \quad (2y)^2+y^2-4(2y)-4y+4=0$$

$$5y^2-12y+4=0 \quad \Rightarrow \quad D=64 \quad \Rightarrow \quad y_{1,2}=\frac{12\pm 8}{10}$$

$$k_1 \cap u=\{\,R_1\,;S\} \quad , \quad R_1\,[0{,}8\,;0{,}4] \quad , \quad S\,[4\,;2]$$

$$k_2 \cap u=\{\,R_2\} \quad ; \quad 2S-R_1=R_2\,[7{,}2\,;3{,}6]$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.