JEHLAN 2 - ŘEŠENÍ

1. Leží-li bod v dané rovině, musí jeho souřadnice vyhovovat rovnici této roviny:

$$V \in \rho \quad \Leftrightarrow \quad 1\cdot 3 + 2\cdot 3 - 2\cdot 1 + 5 = 0$$

$$12 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad V \notin \rho$$

.

$$P \in \rho \quad \Leftrightarrow \quad 1\cdot x_P + 2\cdot 0 - 2\cdot 1 + 5 = 0$$

$$x_P = -3 \quad \Rightarrow \quad P[-3;0;1] \in \rho$$

Bod P **leží** v rovině ρ.

2. Obecný tvar rovnice roviny α:

$$\vec{n}_\rho = (1;2;-2) = \vec{n}_\alpha \quad \wedge \quad V[3;3;1] \in \alpha \quad \Rightarrow$$

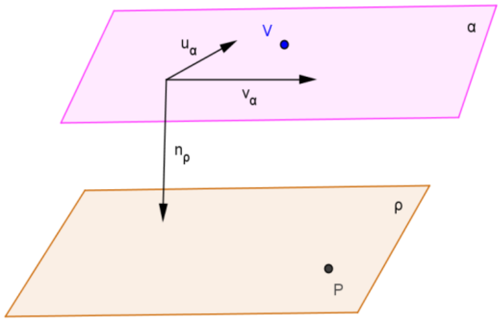
$$\alpha:\ x + 2y - 2z - 8 = 0$$

Parametrický tvar rovnice roviny α:

Hledáme libovolné dva směrové lineárně nezávislé vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$ v prostoru, které jsou oba kolmé na normálový vektor roviny α.

Je-li $\vec{n}_\alpha = (1;2;-2)$, potom je např. $\vec{u}_\alpha = (2;1;2)$ a

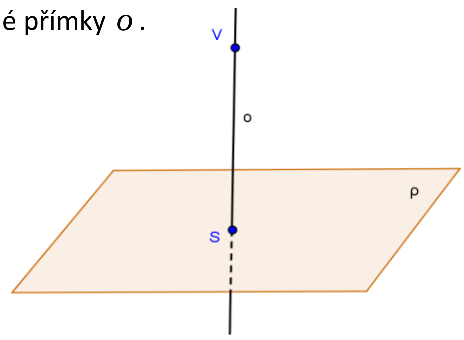
Zároveň platí: $\vec{u}_\alpha \times \vec{v}_\alpha = m\cdot \vec{n}_\alpha$, kde $k, m \in R$.



Můžeme tedy psát: $\alpha:\ \begin{aligned} x &= 3 + 2w + 2q \\ y &= 3 + w - q \\ z &= 1 + 2w \end{aligned}$, kde $w, q \in R$.

3. Normálový vektor roviny ρ je směrovým vektorem hledané přímky o.

$$\vec{n}_\rho = (1;2;-2) = \vec{s}_o \quad \Rightarrow \quad o:\ \begin{aligned} x &= 3 + t \\ y &= 3 + 2t \\ z &= 1 - 2t \end{aligned}$$



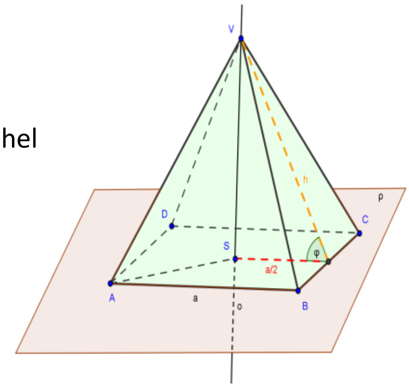
4. Úkol řešte jako soustavu rovnic dosazovací metodou:

$$1\cdot(3+t) + 2\cdot(3+2t) - 2\cdot(1-2t) + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{4}{3}$$

5. Pro výpočet povrchu jehlanu je třeba určit výšku stěny h a délku hrany a čtvercové podstavy.
Je-li bod P střed hrany čtvercové podstavy jehlanu a bod S průsečík jejích úhlopříček, je vzdálenost $|PS|$ rovna polovině délky hrany podstavy: $|PS| = \sqrt{29} \quad \Rightarrow \quad a = 2\sqrt{29}$.
Výška stěny jehlanu je $h = |PV| = 3\sqrt{5}$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Povrch jehlanu je: $Q = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot h}{2} = \left(2\sqrt{29}\right)^2 + 4 \cdot \frac{2\sqrt{29} \cdot 3\sqrt{5}}{2} = \underline{\underline{260{,}5}}$



6. Úhel roviny stěny jehlanu od jeho podstavy lze řešit např. jako úhel vektorů v prostoru nebo jako úlohu ve stereometrii.

$$\overrightarrow{PS} = \left(\frac{14}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{8}{3} \right) \quad , \quad \overrightarrow{PV} = \left(6 ; 3 ; 0 \right)$$

$$\cos\varphi = \frac{\overrightarrow{PS} \cdot \overrightarrow{PV}}{\left|\overrightarrow{PS}\right| \cdot \left|\overrightarrow{PV}\right|} = \frac{24 + 1 + 0}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{45}} \doteq 0{,}6920$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\varphi = 46°12'41''}}$$

Odpovědi:

1. Bod V **neleží** v rovině ρ.

4. Pro souřadnice průsečíku přímky a roviny platí: $o \cap \rho = S\left[\frac{5}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{11}{3} \right]$.
5. Povrch jehlanu je 260,5 čtverečných jednotek.
6. Stěna jehlanu svírá s podstavou úhel o velikosti 46°12´41´´.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.