

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### Kdo lépe derivuje

Tři chlapci Aleš, Mirek a Zdeněk se rozhodli, že si dají závod, kdo lépe a rychleji derivuje. Vybrali si následujících deset příkladů:

$$1. \quad y = \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot x - 3, \quad 2. \quad y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}, \quad 3. \quad y = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}, \quad 4. \quad y = x \cdot \ln x,$$

$$5. \quad y = x^2 \cdot \cos x, \quad 6. \quad y = \operatorname{tg} x - x, \quad 7. \quad y = x \cdot e^x, \quad 8. \quad y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}, \quad 9. \quad y = \frac{1 + x^2}{x^2 - 1},$$

$$10. \quad y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$$

Aleš skončil za 15 minut, Mirek za 17 minut a Zdeněk za 20 minut. Jejich výsledky najdete v příložené tabulce. Rozhodněte, kdo z nich byl nejlépeší.

Příklad	Aleš	Mirek	Zdeněk
1.	$x^2 - x + 2$	$2 \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot x + 3$	$\frac{1}{3} \cdot x^3 - 2 \cdot x + 2$
2.	$\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$	$-\frac{2}{x \cdot \sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{x \cdot \sqrt{x}}$	$-\frac{2}{x \cdot \sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{x \cdot \sqrt{x}}$
3.	$\frac{(x-1) \cdot \sqrt{x}}{2 \cdot x^2}$	$\frac{(x-1) \cdot \sqrt{x}}{2 \cdot x^2}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} - \frac{1}{2 \cdot x \cdot \sqrt{x}}$
4.	$\ln x + 1$	$\frac{1}{x} + 1$	$\frac{1}{x} + \ln x$
5.	$2 \cdot x \cdot \cos x + x^2 \cdot \sin x$	$2 \cdot x \cdot \cos x - x^2 \cdot \sin x$	$2 \cdot x \cdot \cos x + x^2 \cdot \sin x$
6.	$-\frac{1}{\sin^2 x} - 1$	$\frac{1}{\cos^2 x} - 1$	$\operatorname{tg}^2 x$
7.	$e^x + x \cdot e^x$	$e^x \cdot (1+x)$	$e^x + x \cdot e^x$
8.	$\frac{1}{1 + \sin 2x}$	$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x}$	$\frac{1}{1 + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x}$
9.	$\frac{4x}{(x^2 - 1)^2}$	$-\frac{4 \cdot x}{(x^2 - 1)^2}$	$-\frac{4 \cdot x^3}{(x^2 - 1)^2}$
10.	$-\frac{2}{1 + \sin 2x}$	$\frac{2}{\sin 2x - 1}$	$-\frac{2}{1 - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x}$