

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KTERÉ JE NEJDÁL

Popis aktivity
Absolutní hodnoty komplexních čísel vyjádřených v algebraickém a goniometrickém tvaru.
Předpokládané znalosti
Algebraický a goniometrický tvar komplexních čísel, Moivreova věta, absolutní hodnota komplexního čísla
Potřebné pomůcky
Pracovní list pro žáka
Zadání
<p>Je dáno osm komplexních čísel $a-h$. Zjisti, které z nich je nejvíce vzdáleno od nuly.</p> $a = 1 - i\sqrt{3}$ $b = 3 + 4i$ $c = (3 + i\sqrt{2}) \cdot (3 - i\sqrt{2})$ $d = -2$ $e = -5i$ $f = \frac{1+i}{1-i}$ $g = 3 \cdot (\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$ $h = (1+i)^4$
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>U jednotlivých komplexních čísel určíme jejich absolutní hodnoty.</p> $a = 1 - i\sqrt{3}$ $ a = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$ $b = 3 + 4i$ $ b = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ $c = (3 + i\sqrt{2}) \cdot (3 - i\sqrt{2})$ <p>Nejprve číslo c upravíme na algebraický tvar:</p>



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$c = 9 - 2i^2 = 9 + 2 = 11$$

$$|c| = \sqrt{11^2} = 11$$

$$d = -2$$

$$|d| = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$e = -5i$$

$$|e| = \sqrt{(-5)^2} = 5$$

$$f = \frac{1+i}{1-i}$$

Nejprve číslo f vhodným rozšířením upravíme na algebraický tvar:

$$f = \frac{1+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} = \frac{2i}{2} = i$$

$$|f| = 1$$

$$g = 3 \cdot (\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$$

Absolutní hodnotu počítat nemusíme, lze ji vyčíst přímo z goniometrického tvaru:

$$|g| = 3$$

$$h = (1+i)^4$$

Číslo h upravíme na goniometrický tvar, umocníme pomocí Moivreovy věty a teprve pak určíme jeho absolutní hodnotu:

$$\alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$h = \left[\sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right]^4 = (\sqrt{2})^4 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)^4 = 4 \cdot \left(\cos 4 \cdot \frac{\pi}{4} + i \sin 4 \cdot \frac{\pi}{4} \right) =$$

$$= 4 \cdot (\cos \pi + i \sin \pi) = 4 \cdot (-1 + 0) = -4$$

$$|h| = 4$$

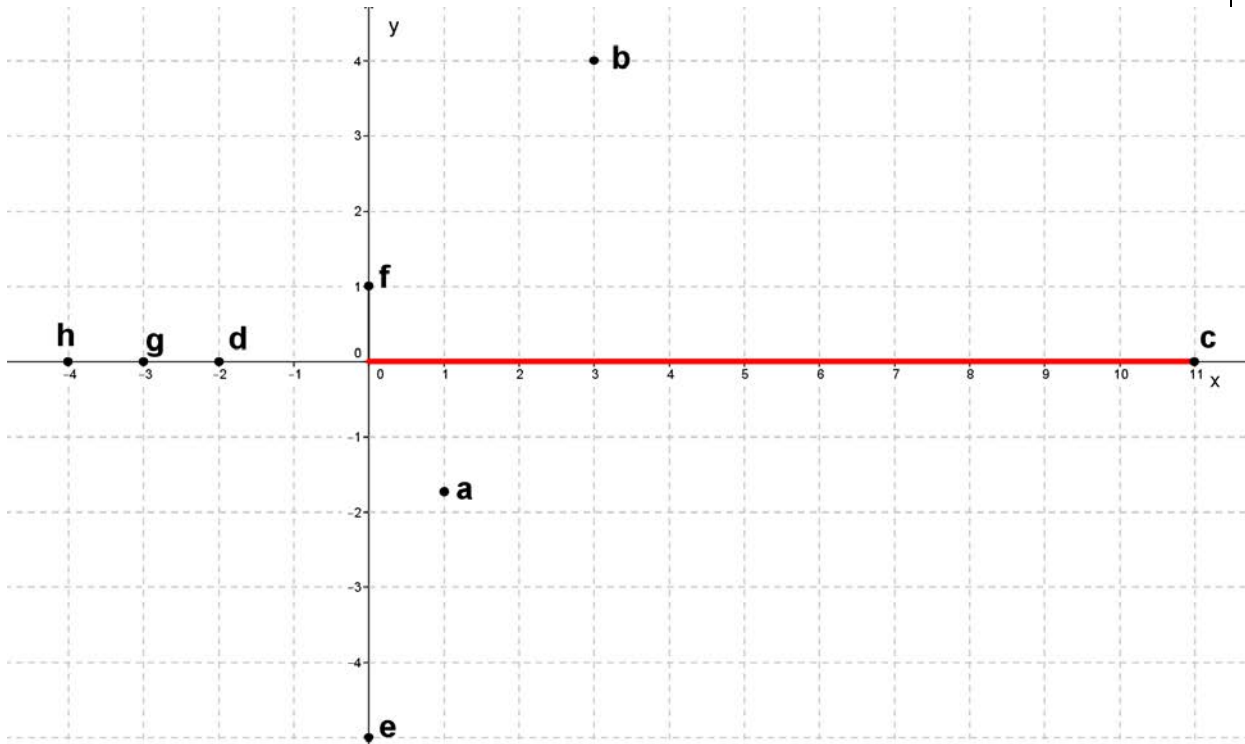
Shrnutí:

$$|a| = 2, |b| = 5, |c| = 11, |d| = 2, |e| = 5, |f| = 1, |g| = 3, |h| = 4$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Odpověď:

Komplexní číslo $c = (3+i\sqrt{2}) \cdot (3-i\sqrt{2})$ je od nuly vzdáleno nejvíce (hodnota vzdálenosti je 11).



Doplňkové aktivity

Zobraz daná čísla v Gaussově rovině komplexních čísel.
Zjisti, které z komplexních čísel $a - h$ je od nuly nejméně vzdáleno.

Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora