evropský sociální fond v ČR · EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost · Jednota českých matematiků a fyziků

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CO MÁ VĚTŠÍ OBJEM

Popis aktivity

Výpočet objemu tělesa pomocí integrálního počtu.

Předpokládané znalosti

Funkce, určitý integrál, objem tělesa

Potřebné pomůcky

Matematické tabulky, matematické vzorce

Zadání

1. Určete objem těchto dvou těles:
   a) Tělesa, které vznikne rotací obdélníku *ABCD* kolem osy *x*, jestliže $A[0;3]$, $B[4,3]$, $C[4;5]$, $D[0;5]$.
   b) Tělesa, které vznikne rotací lichoběžníku *KLMN* kolem osy *x*, jestliže $K[0;2]$, $L[4;4]$, $M[4;5]$, $N[0;5]$.
2. Určete, které ze vzniklých těles má větší objem, jestliže jednotky v první části tohoto příkladu jsou decimetry.

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. a) Přímka $\overleftrightarrow{AB}$ je daná rovnicí $y_1 = 3$. Přímka $\overleftrightarrow{CD}$ je daná rovnicí $y_2 = 5$.

Objem tělesa

$$V_1 = \pi \cdot \int_0^4 \left(y_2^2 - y_1^2\right) \mathrm{d}x = \pi \cdot \int_0^4 (25 - 9)\, \mathrm{d}x = \pi \cdot [6 \cdot x]_0^4 = 64 \cdot \pi = 201,06.$$

b) Přímka $\overleftrightarrow{KL}$ je daná rovnicí $y_3 = \frac{x}{2} + 2$. Přímka $\overleftrightarrow{MN}$ je daná rovnicí $y_2 = 5$.

Objem tělesa

$$V_2 = \pi \cdot \int_0^4 \left(y_2^2 - y_3^2\right) \mathrm{d}x = \pi \cdot \int_0^4 \left(25 - \frac{16 + 8x + x^2}{4}\right) \mathrm{d}x = \pi \cdot \int_0^4 \frac{81 - 8 \cdot x - x^2}{4}\, \mathrm{d}x =$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \left[81 \cdot x - 8 \cdot \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{3}\right] = \frac{\pi}{4} \cdot \left(81 \cdot 4 - 2 \cdot 16 - \frac{64}{3}\right) = 67,66 \cdot \pi = 212,58.$$

Objem druhého tělesa je o 11,52 dm^3 větší.

Doplňkové aktivity

Žáci si mohou na základě integrálního počtu odvodit vzorce pro objem rotačního kužele, komolého rotačního kužele, koule a jejich částí.

Literatura	Archiv autora

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.