evropský sociální fond v ČR | EVROPSKÁ UNIE | MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY | OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost | Jednota českých matematiků a fyziků

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

INTEGRÁLNÍ SÍTO 2 – ŘEŠENÍ

1. $\int x\cdot e^x\,dx = \begin{vmatrix} u=x & v'=e^x \\ u'=1 & v=e^x \end{vmatrix} = x\cdot e^x - \int e^x\,dx = x\cdot e^x - e^x + C = e^x\cdot(x-1)+C$

2. $\int \ln x\,dx = \begin{vmatrix} u=\ln x & v'=1 \\ u'=\frac{1}{x} & v=x \end{vmatrix} = x\cdot\ln x - \int x\,dx = x\cdot\ln x - x + C = x\cdot(\ln x - 1)+C$

3. $\int \frac{\ln x}{x}\,dx = \begin{vmatrix} u=\ln x & v'=\frac{1}{x} \\ u'=\frac{1}{x} & v=\ln x \end{vmatrix} = \ln^2 x - \int \frac{\ln x}{x}\,dx$

   $2\int \frac{\ln x}{x}\,dx = \ln^2 x \Rightarrow \int \frac{\ln x}{x}\,dx = \frac{1}{2}\ln^2 x + C$

4. $\int x\cdot\cos x\,dx = \begin{vmatrix} u=x & v'=\cos x \\ u'=1 & v=\sin x \end{vmatrix} = x\cdot\sin x - \int \sin x\,dx = x\cdot\sin x + \cos x + C$

5. $\int x^2\cdot\sin x\,dx = \begin{vmatrix} u=x^2 & v'=\sin x \\ u'=2x & v=-\cos x \end{vmatrix} = -x^2\cdot\cos x + 2\int x\cdot\cos x\,dx = \begin{vmatrix} t=x & s'=\cos x \\ t'=1 & s=\sin x \end{vmatrix} =$

   $= -x^2\cdot\cos x + 2\cdot\left(x\cdot\sin x - \int \sin x\,dx\right) = -x^2\cdot\cos x + 2\cdot x\cdot\sin x + 2\cdot\cos x + C$

6. $\int \frac{x}{\cos^2 x}\,dx = \begin{vmatrix} u=x & v'=\frac{1}{\cos^2 x} \\ u'=1 & v=\mathrm{tg}x \end{vmatrix} = x\cdot\mathrm{tg}x - \int \mathrm{tg}x\,dx = x\cdot\mathrm{tg}x - \int \frac{\sin x}{\cos x}\,dx =$

   $= \begin{vmatrix} t=\cos x \\ dt=-\sin x dx \end{vmatrix} = x\cdot\mathrm{tg}x - \int \frac{dt}{t} = x\cdot\mathrm{tg}x + \ln|\cos x| + C$

7. $\int (1-x)^2\,dx = \begin{vmatrix} t=1-x \\ dt=-dx \end{vmatrix} = -\int t^2 dt = -\frac{t^3}{3} + C = -\frac{(1-x)^3}{3} + C$

8. $\int \frac{x^2}{(1-x^3)^2}\,dx = \begin{vmatrix} t=1-x^3 \\ dt=-3x^2 dx \end{vmatrix} = -\frac{1}{3}\int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{3}\cdot\frac{t^{-1}}{-1} = \frac{1}{3\cdot(1-x^3)} + C$

9. $\int \sin x\cdot\cos^2 x\,dx = \begin{vmatrix} t=\cos x \\ dt=-\sin x\,dx \end{vmatrix} = -\int t^2 dt = -\frac{1}{3}\cdot\cos^3 x + C$

10. $\int e^{x^2}\cdot x\,dx = \begin{vmatrix} t=x^2 \\ dt=2\cdot x\,dx \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\int e^t dt = \frac{1}{2}\cdot e^{x^2} + C$

Správné výsledky:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
J	C	B	I	F	E	H	G	D	A

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.