evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KDO LÉPE DERIVUJE 2 - ŘEŠENÍ

Řešení příkladů:

1. $y=\left(x^3-2\right)^2 \qquad \left|\begin{array}{c} u=x^3-2 \\ y=u^2 \end{array}\right| \Rightarrow y'=2\cdot\left(x^3-2\right)\cdot 3\cdot x^2=6\cdot x^2\cdot\left(x^3-2\right);$

2. $y=\sqrt[3]{\left(x^2+5x-1\right)^2} \qquad \left|\begin{array}{c} u=x^2+5x-1 \\ y=u^{\frac{2}{3}} \end{array}\right| \Rightarrow y'=\frac{2}{3}\cdot\left(x^2+5x-1\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(2\cdot x+5\right)=\frac{2\cdot\left(2\cdot x+5\right)}{3\cdot\sqrt[3]{x^2+5x-1}};$

3. $y=\frac{x^2-1}{\left(x^2+1\right)^2} \Rightarrow y'=\frac{2\cdot x\cdot\left(x^2+1\right)^2-\left(x^2-1\right)\cdot 2\left(x^2+1\right)\cdot 2\cdot x}{\left(x^2+1\right)^4}=\frac{2\cdot x^3+2\cdot x-4\cdot x^3+4\cdot x}{\left(x^2+1\right)^3}=$

$=\frac{6\cdot x-2\cdot x^3}{\left(x^2+1\right)^3}=\frac{2\cdot x\cdot\left(3-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^3};$

4. $y=\cos^3 x \qquad \left|\begin{array}{c} u=\cos x \\ y=u^3 \end{array}\right| \Rightarrow y'=3\cdot\cos^2 x\cdot\left(-\sin x\right)=-3\cdot\sin x\cdot\cos^2 x;$

5. $y=\cos x^3 \qquad \left|\begin{array}{c} u=x^3 \\ y=\cos u \end{array}\right| \Rightarrow y'=3\cdot x^2\cdot\left(-\sin x^3\right)=-3\cdot x^2\cdot\sin x^3;$

6. $y=\mathrm{tg}\left(x^2-1\right) \qquad \left|\begin{array}{c} u=x^2-1 \\ y=\mathrm{tg}u \end{array}\right| \Rightarrow y'=2\cdot x\cdot\frac{1}{\cos^2\left(x^2-1\right)}=\frac{2\cdot x}{\cos^2\left(x^2-1\right)};$

7. $y=\mathrm{e}^{\mathrm{tg}x} \qquad \left|\begin{array}{c} u=\mathrm{tg}x \\ y=\mathrm{e}^u \end{array}\right| \Rightarrow y'=\frac{1}{\cos^2 x}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{tg}x};$

8. $y=\ln\left(x^2-1\right) \qquad \left|\begin{array}{c} u=x^2-1 \\ y=\ln u \end{array}\right| \Rightarrow y'=2\cdot x\cdot\frac{1}{x^2-1}=\frac{2\cdot x}{x^2-1};$

9. $y=\ln\left(\cos 3x\right) \qquad \left|\begin{array}{c} u=3x \\ v=\cos u \\ y=\ln v \end{array}\right| \Rightarrow y'=3\cdot\left(-\sin 3x\right)\cdot\frac{1}{\cos 3x}=-3\cdot\mathrm{tg}3x;$

10. $y=\ln\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \qquad \left|\begin{array}{c} u=\frac{x+1}{x-1} \\ v=u^{\frac{1}{2}} \\ y=\ln v \end{array}\right| \Rightarrow y'=\frac{1\cdot\left(x-1\right)-\left(x+1\right)\cdot 1}{\left(x-1\right)^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}=$

$=\frac{-2}{\left(x-1\right)^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{x-1}{x+1}=-\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{1-x^2}.$

Nejlépe počítal Zděněk, který vypočítal správně 7 příkladů. Aleš a Mirek vypočítali dobře 6 příkladů.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je František Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.