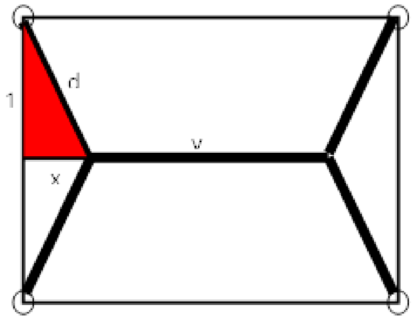
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

NEJKRATŠÍ SILNICE - ŘEŠENÍ

Využijeme souměrnosti obrazce (obdélníku) a navrhneme tvar silnice:



Celková délka silnice:

$$y = 4d + v$$

$$v = 30 - 2x$$

$$d = \sqrt{100 + x^2}$$

$$y = 4 \cdot \sqrt{100 + x^2} + 30 - 2x$$

Extrém dostaneme v některém z bodů, kde je první derivace rovna nule.

$$y' = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{100 + x^2}} \cdot 2x - 2 =$$

$$= \frac{4x}{\sqrt{100 + x^2}} - 2$$

$$\frac{4x}{\sqrt{100 + x^2}} - 2 = 0$$

$$4x = 2 \cdot \sqrt{100 + x^2} \qquad / : 2 \; /^2$$

$$4x^2 = 100 + x^2$$

$$3x^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{\frac{100}{3}}$$

Protože záporný kořen x nemá smysl, platí:

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \doteq 5,77$$

Aby silnice byla nejkratší, musí platit, že druhá derivace bude kladná.

$$y'' = \frac{4 \cdot \sqrt{100 + x^2} - 4x \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(100 + x^2\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x}{100 + x^2} = \frac{400}{\left(100 + x^2\right) \cdot \sqrt{100 + x^2}}$$

$$y''\left(\sqrt{\frac{100}{3}}\right) > 0$$

$$v = 30 - \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{90 - 20\sqrt{3}}{3} \doteq 18,46$$

$$d = \sqrt{100 + \frac{100}{3}} = \sqrt{\frac{400}{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \doteq 11,55$$

Celková délka silnice $y = \left(18,46 + 4 \cdot 11,55\right)\ \mathrm{km} = 64,66\ \mathrm{km}$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Stanislava Štencová.

Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.