

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### NOČNÍ ZÁVOD - ŘEŠENÍ

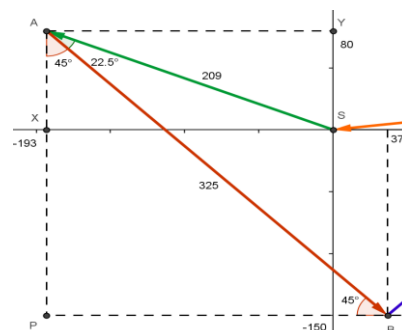
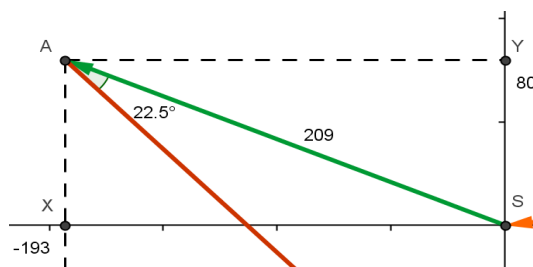
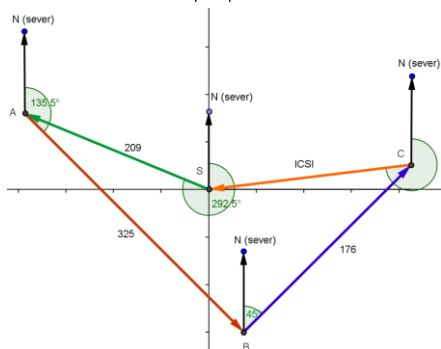
1. Pro jednotlivé úseky platí:

$$\overline{SA} \wedge |\overline{SA}| = 209$$

$$\overline{AB} \wedge |\overline{AB}| = 325$$

$$\overline{BC} \wedge |\overline{BC}| = 249$$

$$\overline{CS} \wedge |\overline{CS}| = ?$$



2. Trojúhelníky  $SXA$  a  $SYA$  jsou pravouhlé. Spočítejte délku jedné a druhé odvěsny (např. pomocí goniometrické funkce) a můžete tím odvodit souřadnice bodu  $A$ :

$$\sin 22^\circ 30' = \frac{y_A}{209} \Rightarrow y_A = 80$$

$$\cos 22^\circ 30' = \frac{|x_A|}{209} \Rightarrow x_A = -193$$

$$\Rightarrow A[-193; 80]$$

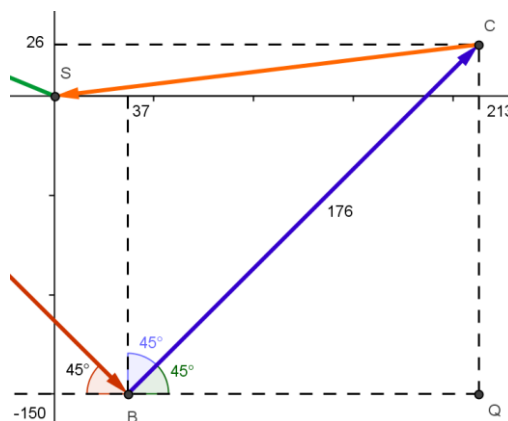
Trojúhelník  $APB$  je pravouhlý a rovnoramenný. Spočítejte délku jedné odvěsny pro určení souřadnic bodu  $B$  (opět např. pomocí goniometrické funkce):

$$\sin 45^\circ = \frac{|PB|}{325} \Rightarrow |PB| = |PA| = 230$$

$$\Rightarrow |y_B| = 230 - 80 = 150 \Rightarrow y_B = -150$$

$$\Rightarrow |x_A| = 230 - 193 = 37 \Rightarrow x_B = 37$$

$$\Rightarrow B[37; -150]$$



Trojúhelník  $BQC$  je pravouhlý a rovnoramenný. Spočítejte délku jedné odvěsny pro určení souřadnic bodu  $C$  (opět např. pomocí goniometrické funkce):

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\sin 45^\circ = \frac{|QC|}{249} \Rightarrow |QC| = |QB| = 176$$

$$\Rightarrow |y_C| = y_B + 176 = 26 \Rightarrow y_C = 26$$

$$\Rightarrow |x_C| = x_B + 176 = 213 \Rightarrow x_C = 213$$

$$\Rightarrow C[213;26]$$

$$\vec{SA} = (-193; 80)$$

$$\vec{AB} = (230; -230)$$

Potom úkol 1. lze doplnit:

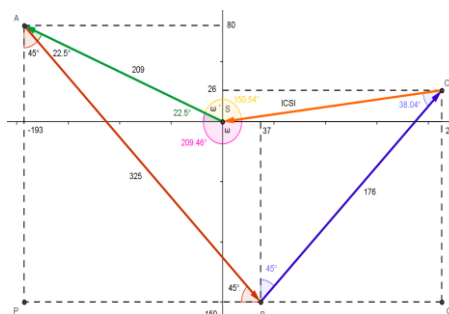
$$\vec{BC} = (176; 176)$$

$$\vec{CS} = (-213; -26)$$

3. Azimut (pochodový úhel ve stupních) a vzdálenost v metrech vypočtete např. z pravoúhlého trojúhelníku vzhledem k umístění bodu  $C$  v souřadné soustavě:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{x_C}{y_C} = \frac{213}{26} \Rightarrow \varphi' \doteq 83^\circ 3'$$

$$|CS| = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} \doteq \underline{\underline{215}}$$



Pro hledaný azimut je nutné k velikosti úhlu  $\varphi'$  připočítat  $180^\circ$ :

$$\Rightarrow \varphi = \varphi' + 180^\circ \doteq \underline{\underline{263^\circ}}$$

Na lístku v bodě  $C$  byla napsána instrukce:  $C(263^\circ; 215m)$ .

4. Vnitřní úhly nekonvexního čtyřúhelníku  $SABC$  spočtete např. pomocí úhlů vektorů:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AS} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AS}| \cdot |\vec{AB}|} = \frac{(193; -80) \cdot (230; -230)}{|(193; -80)| \cdot |(230; -230)|} \doteq 0,9239$$

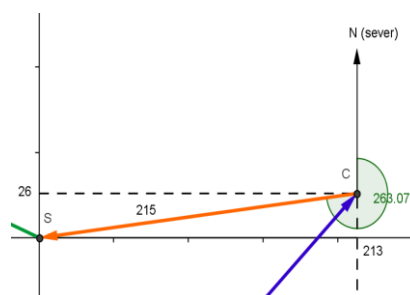
$$\Rightarrow \alpha = \underline{\underline{22^\circ 30'}}$$

(Výsledek je patrný ze zadání i vzhledem k umístění bodu  $A$ .)

$$\cos \beta = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{(-230; 230) \cdot (176; 176)}{|(-230; 230)| \cdot |(176; 176)|} = 0$$

$$\Rightarrow \beta = \underline{\underline{90^\circ}}$$

(Výsledek odpovídá tomu, že trojúhelníky  $APB$  a  $BQC$  jsou pravoúhlé a rovnoramenné.)



### INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\cos \gamma = \frac{\vec{CS} \cdot \vec{CB}}{|\vec{CS}| \cdot |\vec{CB}|} = \frac{(-213; -26) \cdot (-176; -176)}{|(-213; -26)| \cdot |(-176; -176)|} \doteq 0,7875$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\gamma = 38^\circ 3'}}$$

$$\cos \omega' = \frac{\vec{SA} \cdot \vec{SC}}{|\vec{SA}| \cdot |\vec{SC}|} = \frac{(-193; 80) \cdot (213; 26)}{|(-193; 80)| \cdot |(213; 26)|} \doteq -0,8706$$

$$\Rightarrow \omega' = 150^\circ 32'$$

Pro velikost úhlu  $\omega$  při vrcholu  $S$  platí:  $\omega = 360^\circ - \omega' = \underline{\underline{209^\circ 28'}}$

5. Výpočet obvodu čtyřúhelníku:  $o = |\vec{SA}| + |\vec{AB}| + |\vec{BC}| + |\vec{CS}| = 209 + 325 + 249 + 215 = \underline{\underline{998}}$ .

Pavel splnil předem daný úkol; délka trasy celého závodu byla 998 metrů.

6. Součet směrových vektorů je:

$$\begin{aligned} \vec{SA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CB} &= (-193; 80) + (230; -230) + (176; 176) + (-213; -26) = \\ &= (-193 + 230 + 176 - 213; 80 - 230 + 176 - 26) = (0; 0) = \underline{\underline{\vec{0}}} \end{aligned}$$