PRAKTICKÁ ZKOUŠKA

Popis aktivity

Hledání extrému funkce, výpočet objemu a povrchu válce a koule.

Předpokládané znalosti

Vzorce pro povrch a objem válce a koule, derivace funkce, hledání extrému funkce, výpočet procent

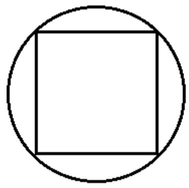
Potřebné pomůcky

Matematické vzorce, kalkulátor

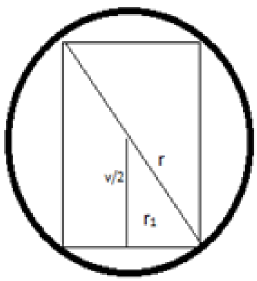
Zadání

Žáci dostali u praktické maturitní zkoušky tento úkol.
Kouli o poloměru 10 cm seřízněte tak, aby zůstal válec, který bude mít co největší objem.
Určete:

1. Poloměr a výšku válce.
2. Objem daného válce.
3. Kolik % bude tvořit odpad.
4. Povrch vzniklého válce.



Možný postup řešení, metodické poznámky



Jestliže označíme poloměr válce r_1 a výšku v, platí:

$r_1^2 = r^2 - \left(\frac{v}{2}\right)^2 = 100 - \frac{v^2}{4}$. Pro objem válce platí

$$V = \pi \cdot r_1^2 \cdot v = \pi \cdot \left(100 - \frac{v^2}{4}\right) \cdot v = \pi \cdot \left(100v - \frac{v^3}{4}\right)$$

1. Abychom vypočítali maximální rozměry válce, musíme určit extrémy pro V.

$$V' = \pi \cdot \left(100 - \frac{3 \cdot v^2}{4}\right)$$

$$V' = 0 \Rightarrow v = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3},\ r_1 = 10 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$V'' = \pi \cdot \left(-\frac{3 \cdot v}{2}\right)$$

Vzhledem k tomu, že $V'' < 0$, jedná se o maximum.

Válec má rozměry $v \doteq 11{,}55\,\mathrm{cm},\ r_1 \doteq 8{,}16\,\mathrm{cm}$

2. Objem válce $V = 2416{,}08\,\mathrm{cm}^3$
3. Objem koule $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 4188{,}79\,\mathrm{cm}^3$ Proto odpad činí $42{,}32\,\%$.
4. Povrch válce $S = 2 \cdot \pi \cdot \left(r_1^2 + v\right) = 2 \cdot \pi \cdot \left(8{,}16^2 + 11{,}55\right) \doteq 490{,}94\,\mathrm{cm}^2$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Doplňkové aktivity	
Žáci mohou podobným způsobem vypočítat rozměry kužele, který se dá vepsat do koule a spočítat jeho objem a povrch.	
Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je F. Procházka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.