

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CO ZPŮSOBÍ ABSOLUTNÍ HODNOTA I.

Popis aktivity

„Úsporné“ sestrojení grafu funkce s absolutní hodnotou.

Předpokládané znalosti

Graf kvadratické funkce, vlastnosti funkce, absolutní hodnota

Zadání

S využitím sestrojeného grafu funkce

$$f_1 : y = x^2 + 2x - 3$$

sestrojte nebo načrtněte grafy funkcí

$$f_2 : y = |x^2 + 2x - 3|$$

$$f_3 : y = x^2 + 2|x| - 3$$

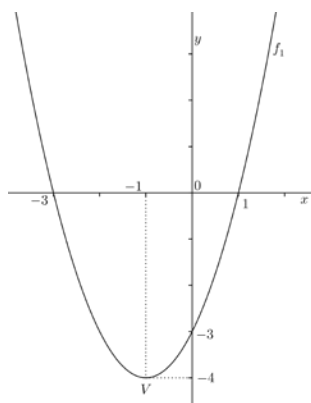
$$f_4 : y = |x^2 + 2|x| - 3|$$

Možný postup řešení, metodické poznámky

Úvodem této aktivity zopakujeme vlastnosti kvadratické funkce – žáci by měli především vědět, že grafem každé kvadratické funkce je parabola a na základě funkčního předpisu by měli umět rozhodnout, zda se jedná o funkci omezenou zdola nebo shora případně, zda se jedná o funkci sudou. Měli by umět určit souřadnice vrcholu paraboly doplněním na čtverec a její průsečíky s osami soustavy souřadnic řešením příslušných rovnic. V případě funkce f_1 dostáváme:

$y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4 = (x+3) \cdot (x-1)$. Vrchol V paraboly má tedy souřadnice $[-1; -4]$ a průsečíky s osou x jsou v bodech $x = 1, x = -3$ (obr. 1), z funkčního předpisu plyne, že parabola protíná osu y v bodě -3 .

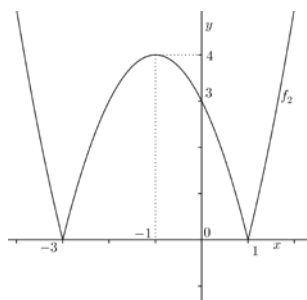
obr. 1



Všimneme si, že $f_2 = |f_1|$. Protože absolutní hodnota je vždy číslo nezáporné, musí být $f_2(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Graf funkce f_2 načrtneme snadno tak, že část grafu funkce f_1 v intervalu $\langle -3; 1 \rangle$ (pod osou x) zobrazíme v osové souměrnosti s osou x , zbytek ponecháme (obr. 2).

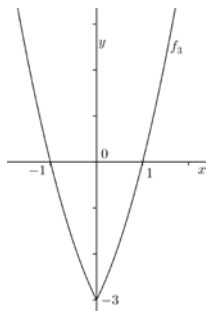
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

obr. 2



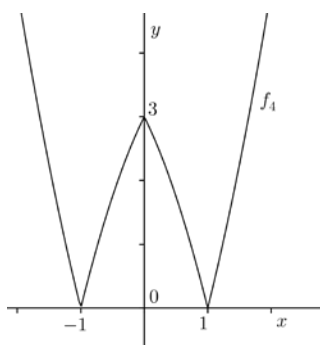
Pro rychlé načrtnutí grafu funkce f_3 využijeme toho, že $\forall x \in \mathbb{R}$ je $x^2 = (-x)^2$ a $|x| = |-x|$. Je tedy $f_3(x) = f_3(-x)$ a vzhledem k definičnímu oboru se jedná o funkci sudou. Její graf proto musí být souměrný podle osy y . Z grafu funkce f_1 vezmeme jen část grafu pro $x \geq 0$ a tuto část zobrazíme v osové souměrnosti s osou y (obr. 3).

obr. 3



Pro funkci f_4 využijeme stejně jako u funkce f_2 toho, že $f_4(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Z grafu funkce f_3 pak dostáváme graf na obr. 4.

obr. 4



Doplňkové aktivity

U všech funkcí mohou žáci doplňovat všechny jejich vlastnosti. Je možné využít např. Geogebra, cennější je však v tomto případě črtání grafů bez pomoci počítače.

Obrazový materiál

Dílo autora