

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CO ZPŮSOBÍ ABSOLUTNÍ HODNOTA

Popis aktivity

Úsporné sestrojení grafu funkce s absolutní hodnotou

Předpokládané znalosti

Graf kvadratické funkce, vlastnosti funkce, absolutní hodnota

Zadání

S využitím sestrojeného grafu funkce

$$f_1 : y = x^2 + 2x - 3$$

sestrojte nebo načrtněte grafy funkcí

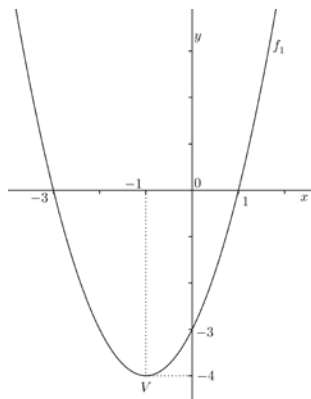
$$f_5 : y = |x^2 + 2x| - 3$$

$$f_6 : y = \left| |x^2 + 2x| - 3 \right|$$

Možný postup řešení, metodické poznámky

Úvodem této aktivity zopakujeme vlastnosti kvadratické funkce – žáci by měli především vědět, že grafem každé kvadratické funkce je parabola a na základě funkčního předpisu by měli umět rozhodnout, zda se jedná o funkci omezenou zdola nebo shora případně, zda se jedná o funkci sudou. Měli by umět určit souřadnice vrcholu paraboly doplněním na čtverec a její průsečíky s osami soustavy souřadnic řešením příslušných rovnic. V případě funkce f_1 dostáváme:

$y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4 = (x+3) \cdot (x-1)$. Vrchol V paraboly má tedy souřadnice $[-1; -4]$ a průsečíky s osou x jsou v bodech $x = 1, x = -3$ (obr. 1), z funkčního předpisu plyne, že parabola protíná osu y v bodě -3 .



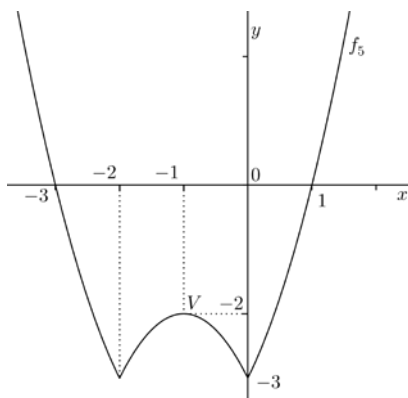
U funkce f_5 musíme diskutovat hodnotu výrazu v absolutní hodnotě. Bude-li

$$x^2 + 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \cdot (x+2) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0 \vee x \leq -2, \text{ pak se jedná o funkci } f_1, \text{ v případě } x^2 + 2x < 0,$$

tedy pro $x \in (-2; 0)$ dostaneme funkci $g : y = -x^2 - 2x - 3$. Jejím grafem je část paraboly s vrcholem o souřadnicích $[-1; -2]$. Graf funkce f_5 je sjednocením obou grafů (obr. 5).

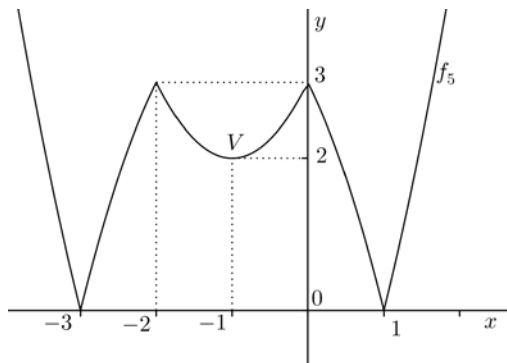
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

obr. 5



Funkce $f_6 = |f_5|$, využijeme-li opět vlastnosti absolutní hodnoty a již načrtnutého grafu funkce f_5 , dostaneme graf funkce f_6 na obr. 6.

obr. 6



Doplňkové aktivity

U všech funkcí mohou žáci doplňovat všechny jejich vlastnosti. Je možné využít např. Geogebra, cennější je však v tomto případě črtání grafů bez pomoci počítače.

Obrazový materiál

Dílo autora