

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYDĚLÁM NEBO PRODĚLÁM?

Popis aktivity

Přeměna obdélníka na čtverec o stejném obsahu, porovnání obvodů obou obrazců.

Předpokládané znalosti

Obsah a obvod obdélníka, obsah a obvod čtverce, Eukleidova věta o výšce.

Zadání

Majiteli obdélníkového pozemku s rozměry 30 m a 40 m byla vzhledem k plánované výstavbě dálnice nabídnuta výměnou čtvercová parcela o stejné výměře na jiném místě. Protože původní parcela byla nedávno oplocená a majitel chce pletivo znovu použít, má starost, zda nebude muset pletivo dokupovat.

1. Rozhodněte, zda majiteli bude stačit pletivo z původního pozemku.
2. Určete graficky délku strany nového pozemku.

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Zpočátku můžeme nechat žáky o problému diskutovat ve skupinách, je možné, že začnou řešením druhého úkolu a budou zkoušet porovnávat obvody graficky. Ty se však neliší „příliš“, závěry nebudou průkazné. Pokud nedojde ke shodě, můžeme nabídnout numerické řešení a řešit s celou třídou.

Výměra původního obdélníkového pozemku v m^2 ($S = 30 \cdot 40 = 1200$) je stejná, jako výměra nového čtvercového pozemku, tedy $1200 = a^2$, kde a je délka strany čtverce. Z poslední rovnice plyne, že $a = \sqrt{1200} = 20\sqrt{3}$ (m).

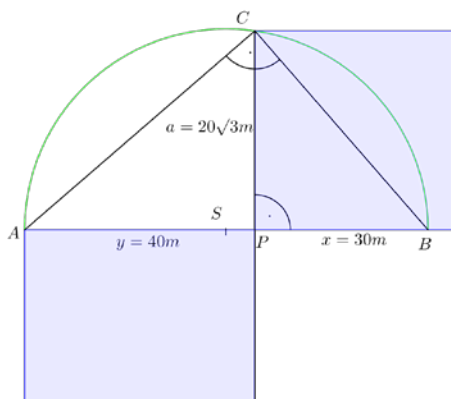
Délka oplocení původního pozemku v metrech je $o = 2 \cdot (30 + 40) = 140$ a délka oplocení nového čtvercového pozemku bude $o' = 4 \cdot 20\sqrt{3} = 80\sqrt{3}$.

Majitel se ptá, zda mu bude původní oplocení stačit, tedy zda $140 \geq 80\sqrt{3}$.

Obě strany nerovnosti vydělíme deseti a pak umocníme na druhou.

Dostaneme $14 \geq 8\sqrt{3} \Leftrightarrow 196 \geq 64 \cdot 3 \Leftrightarrow 196 \geq 192$. Poslední nerovnost platí vždy, tedy majiteli bude pletivo stačit, dokonce mu ještě kousek zbude.

2. Z rovnosti $x \cdot y = a^2$ plyne, že délku strany nového čtvercového pozemku můžeme určit graficky pomocí Eukleidovy věty o výšce.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Doplňkové aktivity	
Zapíšeme-li číselnou nerovnost $140 \geq 80\sqrt{3}$ pomocí zvolených proměnných, je $2(x+y) \geq 4a$, tedy $\frac{x+y}{2} \geq a$, ale protože $a = \sqrt{x \cdot y}$, je $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{x \cdot y}$. Na levé straně je aritmetický průměr veličin x, y , na pravé straně průměr geometrický a tato nerovnost je pro nezáporné hodnoty x, y splněna vždy.	
Poznámky	Nerovnost $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{x \cdot y}$ je dokazována v aktivitě Jak je to s průměry.
Obrazový materiál	Dílo autora