

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZAJÍMAVÝ OBJEM

Popis aktivity	
Řešení jedné rovnice se dvěma neznámými.	
Předpokládané znalosti	
Obsah a obvod čtyřúhelníka, objem a povrch hranolu, úpravy výrazů rozkladem v součin, řešení rovnic	
Zadání	
Najděte všechny pravidelné čtyřboké hranoly, jestliže délky jejich hran jsou přirozená čísla a jejichž objem je vyjádřen stejným číslem jako povrch.	
Možný postup řešení, metodické poznámky	
<p>Objem pravidelného čtyřbokého hranolu $V = a^2 \cdot v$, povrch $S = 2a^2 + 4av$, kde a, v jsou délky hran. Podle podmínek úlohy musí platit: $a^2 \cdot v = 2a^2 + 4av$, kde $a, v \in \mathbb{N}$. Naším úkolem je tedy najít řešení jedné rovnice se dvěma neznámými v množině přirozených čísel. Vhodnými úpravami se budeme snažit zapsat jednu stranu rovnice ve tvaru součinu.</p> <p>Obě strany rovnice můžeme nejprve dělit přirozeným (tedy nenulovým) číslem a. Vyjdeme tedy z rovnice $av = 2a + 4v$</p> $av - 2a - 4v = 0$ <p>Přičtením čísla 8 k oběma stranám rovnice dostaneme</p> $av - 2a - 4v + 8 = 8 \text{ a pak můžeme vytknout:}$ $a(v - 2) - 4(v - 2) = 8$ $(v - 2) \cdot (a - 4) = 8$ <p>Součin dvou přirozených čísel na levé straně je roven osmi, tedy mohou nastat tyto případy: $8 = 1 \cdot 8, 8 = 8 \cdot 1, 8 = 2 \cdot 4, 8 = 4 \cdot 2$. Pak musí platit buď:</p> $v - 2 = 1 \wedge a - 4 = 8 \Rightarrow v = 3 \wedge a = 12 \text{ nebo}$ $v - 2 = 8 \wedge a - 4 = 1 \Rightarrow v = 10 \wedge a = 5 \text{ nebo}$ $v - 2 = 2 \wedge a - 4 = 4 \Rightarrow v = 4 \wedge a = 8 \text{ nebo}$ $v - 2 = 4 \wedge a - 4 = 2 \Rightarrow v = 6 \wedge a = 6.$ <p>Řešením úlohy jsou tři různé čtyřboké hranoly se čtvercovou podstavou a krychle.</p>	
Doplňkové aktivity	
Můžeme se např. ptát, který z hranolů bude mít největší objem (povrch).	
Poznámky	V souvislosti s řešením jedné rovnice s více neznámými v množině přirozených či celých čísel můžeme uvést pojem diofantické rovnice a ukázat možné způsoby řešení jednoduchých diofantických rovnic.