

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZAJÍMAVÝ OBSAH

Popis aktivity
Řešení jedné rovnice se dvěma neznámými
Předpokládané znalosti
Obsah a obvod čtyřúhelníka, objem a povrch hranolu, úpravy výrazů rozkladem v součin, řešení rovnic
Zadání
Najděte všechny pravoúhlé čtyřúhelníky, jestliže délky jejich stran jsou přirozená čísla a jejichž obsah je vyjádřen stejným číslem jako obvod.
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Obsah čtyřúhelníku $S = a \cdot b$, obvod $o = 2 \cdot (a + b)$, kde a, b jsou délky stran. Podle podmínek úlohy platí: $a \cdot b = 2 \cdot (a + b)$, kde $a, b \in \mathbb{N}$. Naším úkolem je tedy najít řešení jedné rovnice se dvěma neznámými v množině přirozených čísel. Můžeme postupovat např. takto:</p> $a \cdot b = 2a + 2b$ $2a + 2b - ab = 0$ <p>Abychom mohli vhodně vytknout a rozložit v součin, přičteme k oběma stranám rovnice číslo -4. Dostaneme postupně:</p> $2a - 4 + 2b - ab = -4$ $2 \cdot (a - 2) + b(2 - a) = -4$ $2 \cdot (a - 2) - b(a - 2) = -4$ $(a - 2)(2 - b) = -4$ $(a - 2)(b - 2) = 4$ <p>Součin dvou přirozených čísel na pravé straně rovnice se musí rovnat čtyřem. To je možné třemi způsoby: $4 = 1 \cdot 4, 4 = 4 \cdot 1, 4 = 2 \cdot 2$. Dosazením do poslední rovnice tedy dostáváme buď:</p> $a - 2 = 1 \wedge b - 2 = 4 \Rightarrow a = 3 \wedge b = 6 \text{ nebo}$ $a - 2 = 4 \wedge b - 2 = 1 \Rightarrow a = 6 \wedge b = 3 \text{ nebo}$ $a - 2 = 2 \wedge b - 2 = 2 \Rightarrow a = 4 \wedge b = 4.$ <p>Hledanými čtyřúhelníky jsou tedy obdélník se stranami délek 3 a 6 a čtverec o straně $a = 4$.</p>
Doplňkové aktivity
V souvislosti s řešením jedné rovnice s více neznámými v množině přirozených či celých čísel můžeme uvést pojem diofantické rovnice a ukázat možné způsoby řešení jednoduchých diofantických rovnic.