

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

HYPERBOLA JINAK

Popis aktivity

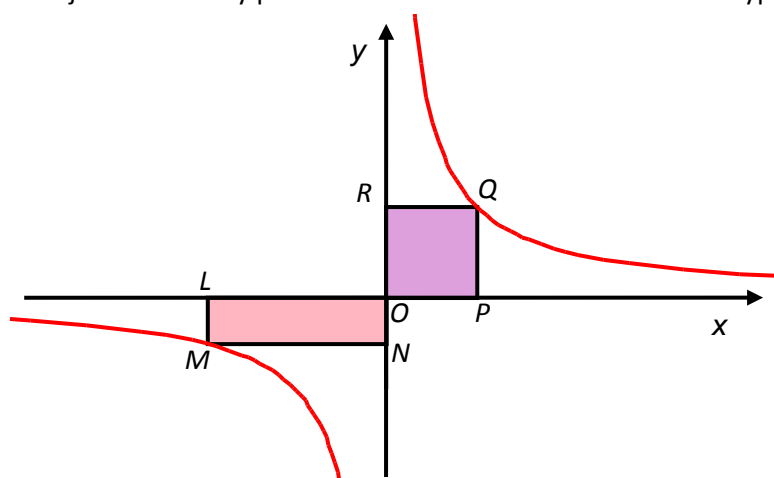
Osvojení si dalšího způsobu definice hyperboly a užití ke konstrukci bodů hyperboly.

Předpokládané znalosti

Rovnice hyperboly (nepřímá úměra), podobnost a stejnoolehlost

Zadání

V kartézské soustavě souřadnic Oxy je dána hyperbola, jejímiž asymptotami jsou souřadnicové osy x, y . Na hyperbole leží vrchol Q čtverce $OPQR$. Dvě strany čtverce leží na souřadnicových osách x, y , podobně jako dvě strany pravoúhelníku $LMNO$ s vrcholem M na hyperbole.

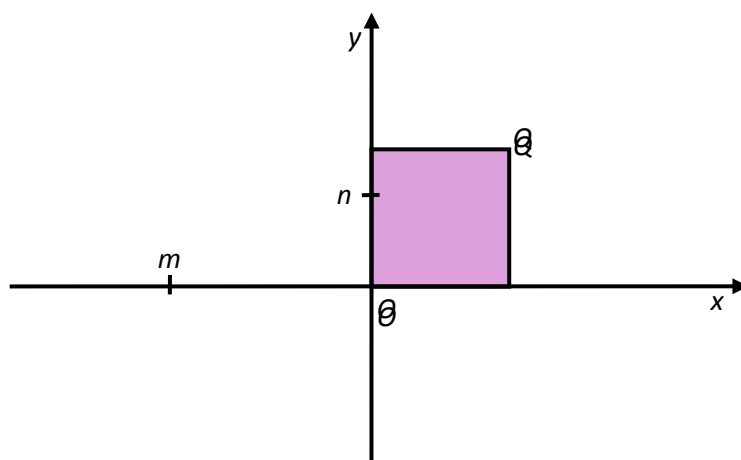


Úloha 1

Dokažte, že úsečky LR a NP jsou rovnoběžné.

Úloha 2

Vrchol Q čtverce $OPQR$ leží na hyperbole, jejímiž asymptotami jsou souřadnicové osy x, y . Užitím výsledku předchozí úlohy sestrojte další dva body hyperboly $M[m; ?]$ a $N[?; n]$.

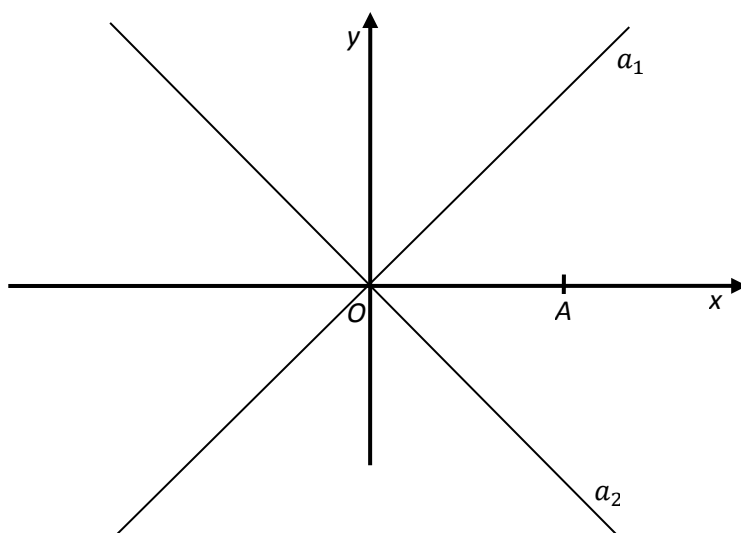


Úloha 3

Na rovnoosé hyperbole určené bodem A a asymptotami a_1, a_2 , sestrojte další body s využitím

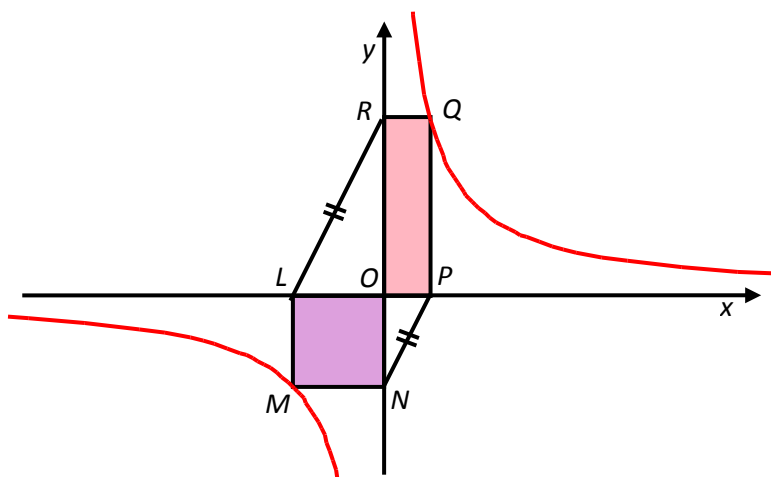
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

vlastností úloh 1 a 2.



Možný postup řešení, metodické poznámky

Úloha 1



Pro souřadnice bodů ležících na hyperbole platí:

$x \cdot y = k$, kde konstanta k představuje obsah pravoúhelníku $OPQR$, resp. $LMNO$.

Obsahy obou pravoúhelníků jsou $|OP| \cdot |OR| = |OL| \cdot |ON| = k$. Z uvedené rovnosti vyplývá vztah

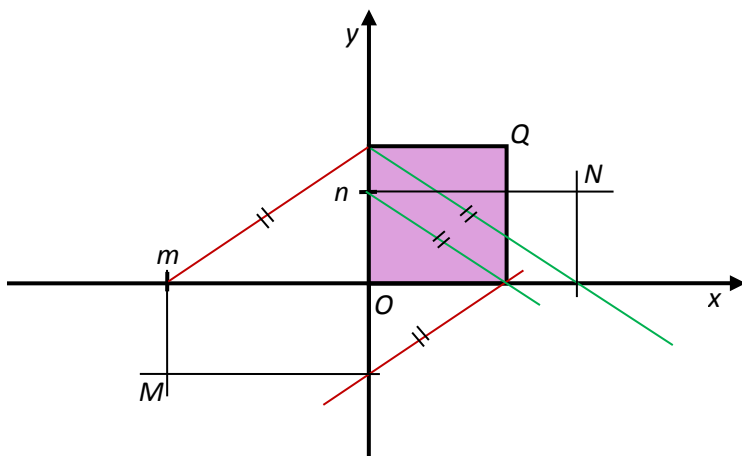
$$\frac{|OP|}{|OL|} = \frac{|ON|}{|OR|}$$

pro délky stran trojúhelníků NOP a ROL . Tedy trojúhelníky NOP a ROL jsou podobné, resp. stejnohlé. Proto odpovídající strany LR a PN obou trojúhelníků musí být rovnoběžné.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

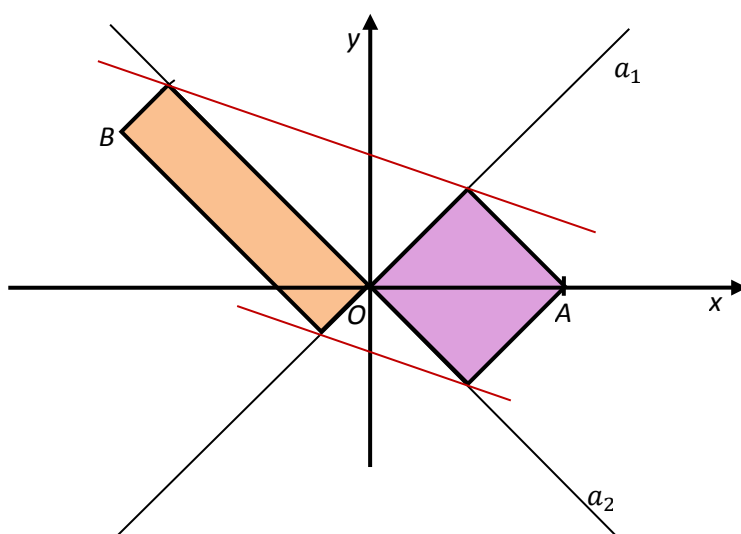
Úloha 2

Využijeme rovnoběžnosti úseček spojujících vrcholy dvou rovnoběžníků.



Úloha 3

Otočením obrázku o 45° získáme situaci obdobnou jako v úloze 2.



Tedy např. na asymptotě a_2 vyznačíme libovolný úsek, pomocí rovnoběžek doplníme odpovídající úsek na asymptotě a_1 a doplněním pravouhelníku získáme další bod B druhé větve hyperboly.

Podobně lze získat bod C na téže větvi hyperboly.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

