

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### JAK FUNGUJE PLYNULÉ ŘAZENÍ?

#### Popis aktivity

Procvičení lineární lomené funkce pomocí praktické situace.

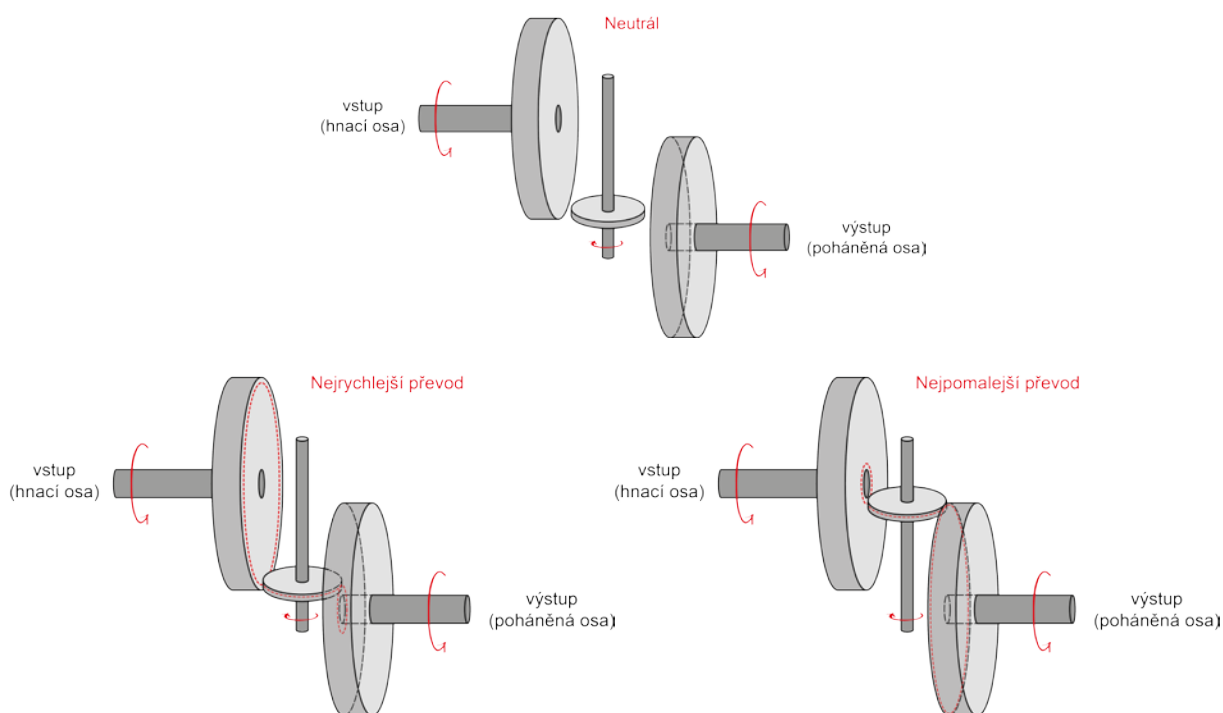
#### Předpokládané znalosti

Funkce, volná proměnná, vázaná proměnná, graf funkce, lineární lomená funkce, definiční obor funkce

#### Zadání

Každé auto má převodovku. Její účel je jasný, je tentýž jako účel přehazovačky na jízdním kole. Běžně se setkáváme s převodovkou, kdy řidič nastavuje předem nastavené rychlostní stupně – tedy předem definované převodové poměry mezi hnací a poháněnou osou. V osobních automobilech jsou běžně pěti a šestistupňové převodovky. Existují i převodovky, které umožňují volit převodový poměr v podstatě libovolně, plynule. Jen poznamenejme, že nevýhodou takové konstrukce je, že není použitelná pro přenos příliš velkých sil.

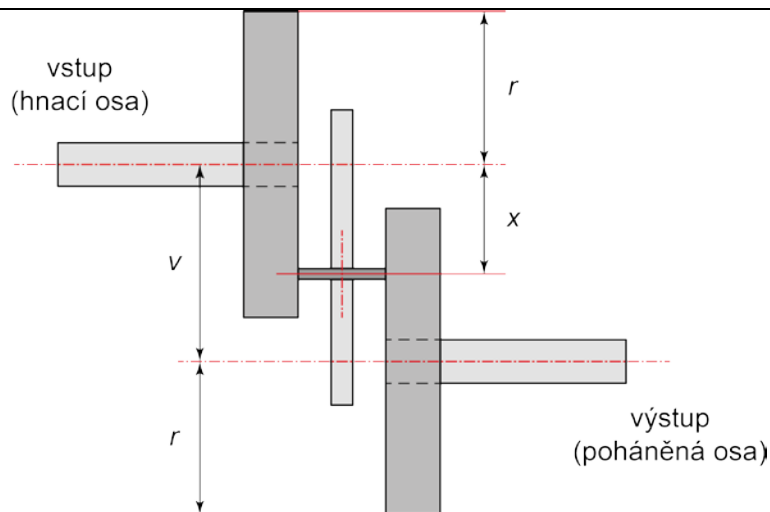
Základem takové převodovky je variátor. Jedna z možných konstrukcí variátoru – pomocí dvou talířových kol s vloženým posuvným kolem – je na následujících obrázcích. Když se všechna tři kola dotýkají, záleží na umístění vloženého kola, jaký převodový poměr je právě nastaven.



Čím větší je délka kružnice nastavené na hnacím kole a čím menší je délka kružnice nastavené na poháněném kole (tyto délky, resp. poloměry těchto kružnic, jsou určeny právě umístěním vloženého kola), tím rychlejší převod je nastaven.

Na dalším obrázku jsou vyznačeny rozměry našeho modelového variátoru. Poloměry  $r$  obou talířových kol jsou shodné a vzdálenost jejich os otáčení je označena  $v$ .

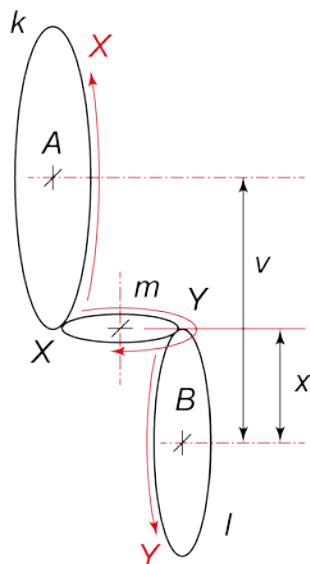
## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Úkol: Sestavte závislost převodového poměru (počet otáček hnacího kola: počtu otáček poháněného kola) na poloze vloženého kola – na vzdálenosti  $x$ . Nakreslete graf této závislosti.

### Možný postup řešení, metodické poznámky

Situaci zjednodušíme tak, že si vložené kolo představíme jako kružnici, označíme ji  $m$ . Označme dále  $X$  bod, kterým se tato kružnice dotýká hnacího talířového kola a  $Y$  bod, kterým se dotýká poháněného talířového kola. Když se celé soukolí pohybuje, bod  $X$  opisuje kružnici díky pohybu hnacího kola a bod  $Y$  kružnici díky pohybu poháněného kola. Tyto kružnice označme  $k$  a  $l$  a jejich středy  $A$  a  $B$ :



Když bod  $X$  opíše celou kružnici  $k$ , „urazí vzdálenost“, která se rovná délce kružnice  $k$ . Díky tomu, že se kola převodů dotýkají (a nekloužou po sobě), urazí tuto vzdálenost i bod na kružnici  $m$  – opíše celý obvod více než jedenkrát, popř. méněkrát, podle toho, jaké poloměry kružnic jsou zrovna nastaveny. Stejnou vzdálenost urazí i bod  $Y$  po kružnici  $l$ .

Kdyby měla kružnice  $k$  dvojnásobnou délku oproti kružnici  $l$  (na délce kružnice  $m$  zjevně nezáleží),

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

opsal by bod  $Y$  dvě obrátky právě, když bod  $X$  opíše jednu obrátku. Stejně tak je tomu s jakýmkoli jinými délkami kružnic  $k$  a  $l$ .

Nastavený převodový poměr  $p$  je tedy poměr  $p = \frac{o_1}{o_2}$ , kde  $o_1$  je délka kružnice  $k$  a  $o_2$  je délka kružnice

$l$ . Délku kružnice určuje její poloměr, proto:

$$p = \frac{o_1}{o_2} = \frac{2\pi r_1}{2\pi r_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

Poloměry vyjádříme pomocí zadaných hodnot, hodnot  $v$  a  $x$ :

$r_1 = v - x$ ,  $r_2 = x$ , proto:

$$p = \frac{r_1}{r_2} = \frac{v - x}{x}$$

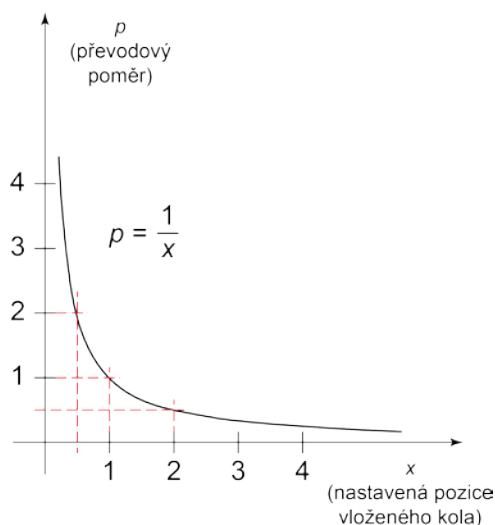
Závislost nastaveného převodového poměru na hodnotě  $x$  je sestavena.

Pro sestavení si grafu stačí uvědomit, že jde o lineární lomenou funkci s proměnnou  $x$  (protože  $v$  je konstanta). Upravme předpis:

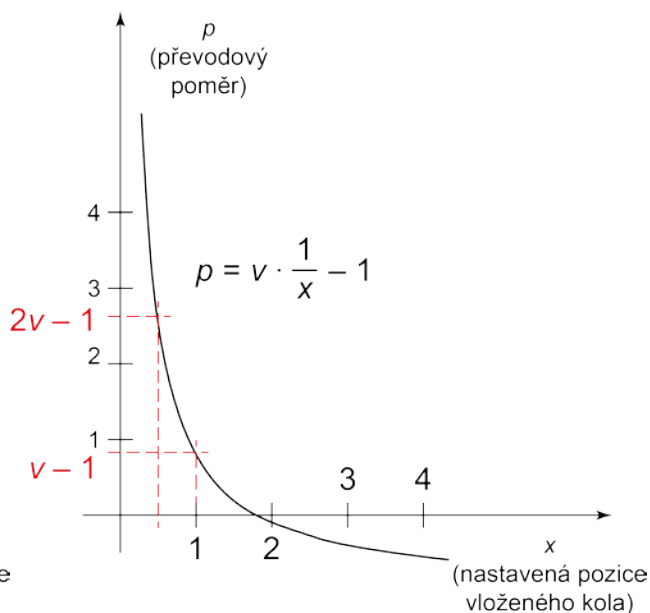
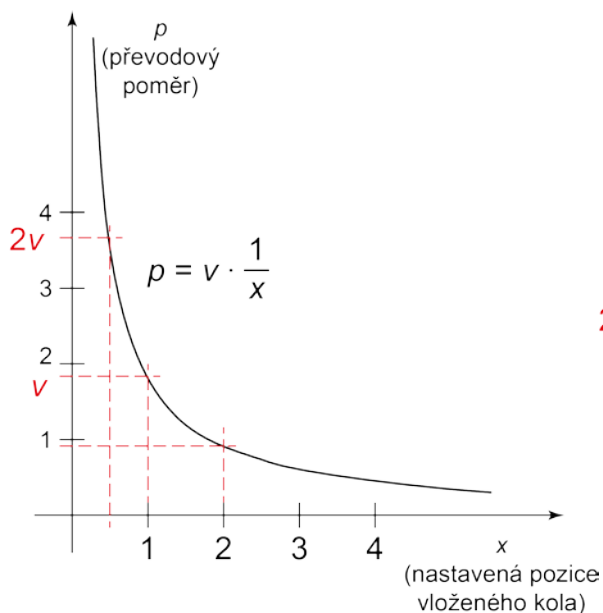
$$p = \frac{v - x}{x} = \frac{v}{x} - \frac{x}{x} = \frac{v}{x} - 1 = v \cdot \frac{1}{x} - 1$$

$$f: p = v \cdot \frac{1}{x} - 1$$

Vidíme, že se jedná o transformovaný graf funkce  $g: y = \frac{1}{x}$ . Předpokládejme pro nakreslení grafu, že  $v > 1$ :

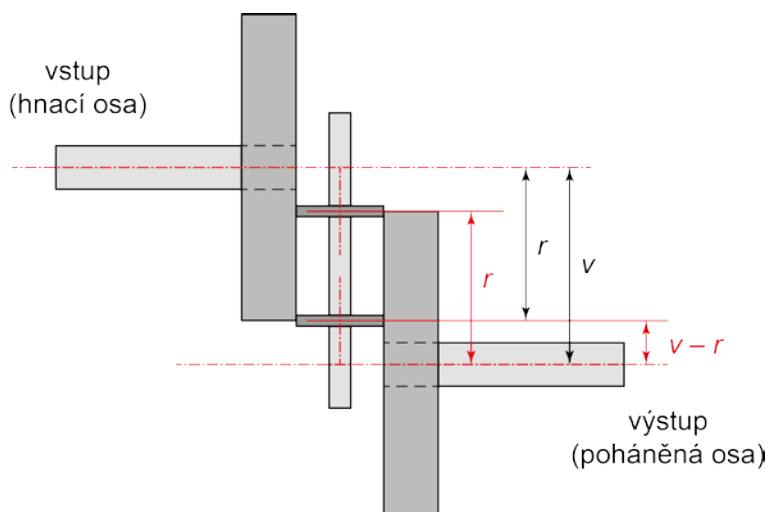


## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



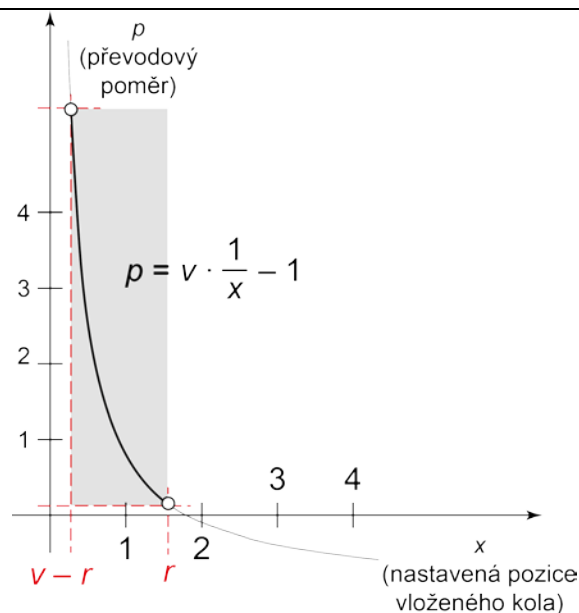
Nakonec si musíme uvědomit, jaký je definiční obor právě definované závislosti. Je totiž jasné, že vložené kolo nemůžeme umísťovat zcela libovolně – nesmí být nastaveno mimo některé z talířových kol, protože se musí obou dotýkat.

V zadání máme uvedeno, že poloměr obou kol je  $r$  a z obrázku plyne, že  $r < v$ . Uvažme, jaké hodnoty  $x$  mohou být nastaveny. Na následujícím obrázku jsou vyznačeny krajní polohy vloženého kola, tedy nejnižší a nejvyšší hodnota proměnné  $x$ :



Graf závislosti převodového poměru  $p$  na pozici vloženého kola  $x$  má tedy tvar:

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Doporučujeme obrázky promítnout dataprojektorem.

Úloha je náročná tím, že je zadaná obecně. Pro zjednodušení je možné volit konkrétní hodnoty  $v$  a  $r$ .

Dále můžeme navázat otázkami, které převodové poměry vzhledem k otáčkám motoru jsou vhodné (musí být větší než nějaká mez a menší než nějaká mez), jak sestavit příslušné grafy závislostí a jak z nich číst (podobně jako v aktivitě Jak mám přehodit?)

### Doplňkové aktivity

S aktivitou souvisejí následující aktivity, které také využívají převodů jízdního kola a auta a zabývají se jinými základními závislostmi: Jak mám přehodit?, Jak rychle šlapeš?, Jaké máš na kole převody?, Jak rychle jedeš?, Jak funguje třístupňová převodovka?

### Obrazový materiál

Dílo autora