

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JAK FUNGUJE TŘÍSTUPŇOVÁ PŘEVODOVKA? - ŘEŠENÍ

Aby převodovka fungovala, musí mít poloměry ozubených kol, která do sebe zapadají, správné hodnoty – součet těchto poloměrů musí být roven vzdálenosti os otáčení.

Označme r_1 poloměr hnacího kola. Pak pro poloměr poháněného kola musí platit, že $r_1 + r_2 = v$, tedy že $r_2 = v - r_1$.

Pro práci s obvody obou kol použijeme vzorec pro výpočet délky kružnice. Máme vyjádřit závislost mezi těmito obvody. V předpise závislosti mohou vystupovat pouze konstanty (v našem případě tedy hodnoty v a d) a jako proměnné tyto obvody.

Obvod hnacího kola se rovná $o_1 = 2\pi r_1$, obvod poháněného kola se rovná

$$o_2 = 2\pi r_2 = 2\pi \cdot (v - r_1)$$

Musíme hodnotu o_2 (vázanou proměnnou) vyjádřit pomocí hodnoty o_1 (což je volná proměnná). Vyjádříme tedy r_1 pomocí o_1 a dosadíme:

$$o_1 = 2\pi r_1$$
$$r_1 = \frac{o_1}{2\pi}$$

Dosadíme:

$$o_2 = 2\pi \cdot (v - r_1)$$
$$o_2 = 2\pi \cdot \left(v - \frac{o_1}{2\pi} \right)$$

Jediná proměnná, která ve vztahu na pravé straně vystupuje, je o_1 . Vystupuje v 1. mocnině, proto musí jít o lineární funkci. Upravme výraz tak, aby šlo o předpis lineární funkce:

$$o_2 = 2\pi \cdot \left(v - \frac{o_1}{2\pi} \right)$$
$$o_2 = 2\pi v - 2\pi \cdot \frac{o_1}{2\pi}$$
$$o_2 = -o_1 + 2\pi v$$

Když ještě pro přehlednost označíme volnou proměnnou, jak je obvyklé, y , a vázanou proměnnou x , bude mít předpis tvar:

$$y = -x + 2\pi v$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento krok pochopitelně není třeba, osy grafu popíšeme původními proměnnými.

Nakreslíme graf. Graf lineární funkce je přímka, k jejímu sestrojení stačí znát dva body. Dosadíme proto dvě hodnoty za o_1 a vypočítáme odpovídající hodnoty o_2 . Můžeme dosadit jakékoli hodnoty, zvolme „pěkné“, se kterými se bude dobře počítat:

$$1) o_1 = 0 \Rightarrow o_2 = -o_1 + 2\pi v = 0 + 2\pi v = 2\pi v. \text{ První dvojice je } [o_1, o_2] = [0, 2\pi v].$$

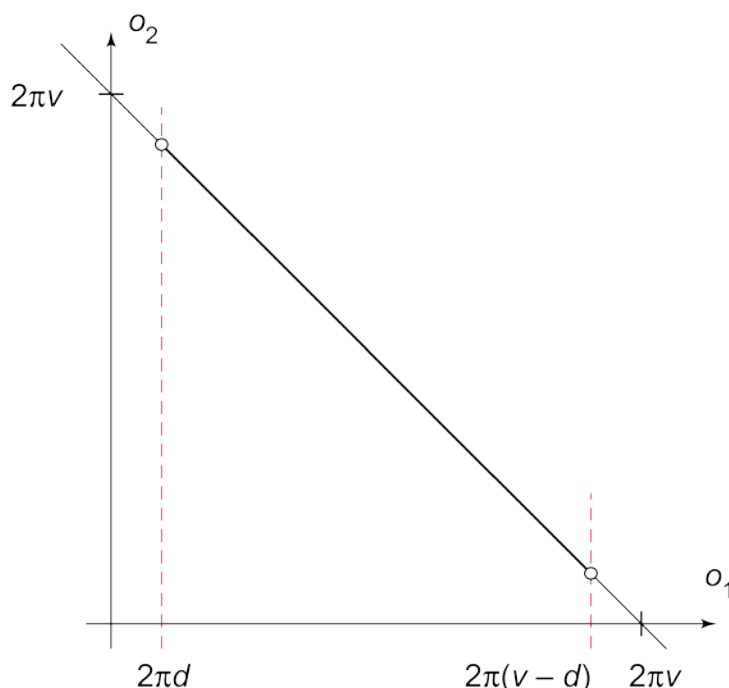
$$2) o_1 = 2\pi v \Rightarrow o_2 = -o_1 + 2\pi v = -2\pi v + 2\pi v = 0. \text{ Druhá dvojice je } [o_1, o_2] = [2\pi v, 0]$$

Pro definici každé funkce musíme ještě znát její definiční obor. V našem případě to znamená, že musíme uvážit, které hodnoty volné proměnné, tedy obvodu o_1 , jsou v naší konkrétní situaci přípustné.

Hnací kolo musí mít větší poloměr než je poloměr hnací hřídele, tedy i větší obvod, než činí obvod hnací hřídele. Proto $o_1 > 2\pi d$.

Zároveň musí být poloměr hnacího kola menší, než hodnota $v - d$ (vzdálenost os otáčení zmenšená o poloměr poháněné hřídele), aby se hnací kolo vůbec do mezery mezi hřídelemi vešlo. Proto $o_1 < 2\pi \cdot (v - d)$.

Víme, že $0 < d < v - d < v$ (poloměr hřídele je kladný a menší než vzdálenost os otáčení zmenšená o poloměr druhé hřídele), proto $0 < 2\pi d < 2\pi \cdot (v - d) < 2\pi v$. Můžeme nakreslit graf:



Doporučujeme obrázky promítnout dataprojektorem.

Úloha je náročná tím, že je zadaná obecně. Pro zjednodušení je možné volit konkrétní hodnoty v a d . Nabízí se diskuze o tom, zda je možné pro každou dvojici obvodů kol sestrojít také ozubená kola.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je P. Krupka
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Předpokládejme, že pracujeme s jednou optimální velikostí zubu.

Zde je diskuze složitější, zvláště pro případy různě velkých kol (když jeden obvod rozdělíme na zuby, druhý nemusí jít dělit) a zavádí do úlohy problematiku dělitelnosti. Tuto otázku můžeme diskutovat např. takto (není to ovšem jediná možnost):

Když máme spojena dvě kola o stejném poloměru, mají stejné obvody a tudíž i stejný počet zubů (vzdálenost os otáčení je zvolena tak, aby zuby bylo možno sestrojít). Kolo s polovičním poloměrem má i poloviční obvod, a tedy i poloviční počet zubů. Odpovídající větší kolo má 1,5 násobný poloměr a tedy i 1,5 násobný obvod a tedy i 1,5 násobný počet zubů. Zuby tedy bude možné sestrojít, pokud původní stejně velká kola měla sudý počet zubů.

Podobně můžeme uvažovat i o kolech s třetinovým poloměrem, dvoutřetinovým, ale i pětinným či sedminovým, možnost vybrousit zuby závisí na tom, jakými hodnotami byl dělitelný počet zubů stejně velkých kol.