

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JAK MÁM PŘEHODIT?

Popis aktivity
Procvičení pojmu funkce, graf funkce a funkce lineární lomená pomocí známé praktické situace.
Předpokládané znalosti
Funkce, volná proměnná, vázaná proměnná, graf funkce, poměr, nepřímá úměrnost, funkce lineární lomená
Potřebné pomůcky
Kalkulátor pro výpočty poměrů, popř. rýsovací potřeby pro konstrukci grafů.
Zadání
<p>Téměř každé jízdní kolo je vybavené přehazovačkou. Při jízdě v terénu se bez měnění převodů vůbec neobejdeme, proto jsou horská kola vybavena dvěma měniči převodů – přesmykačem (vepředu u pedálů) a přehazovačkou (vzadu na zadním kole). Aby bylo možné měnit převod, je třeba řetěz umísťovat – přehazovat – na ozubená kola s různými počty zubů.</p> <p>Horské kolo je běžně vybaveno třemi převodníky u pedálů a devíti pastorky na zadním kole. Předpokládejme, že jde o tuto sestavu:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tři ozubené převodníky s 24, 32 a 42 zuby - devět pastorků s 12, 13, 14, 15, 17, 19, 22, 25 a 28 zuby. <p>Dále víme, že horské kolo má průměr kola 24 palců (počítejme, když přičteme i tloušťku pneumatik, že je to 70 cm).</p> <p>Rychlost jízdy můžeme ovlivnit jednak nastavením převodového poměru (např. při nastavení převodníku se 42 zuby a pastorku se 15 zuby máme nastaven převodový poměr $p = \frac{42}{15} = 2,8$), jednak frekvencí šlapání (počtem otáček šlapátek, a tedy i převodníku, např. za 1 minutu).</p> <p>Chceme udržet rychlost $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Sestavte závislost potřebné rychlosti šlapání na zvoleném převodovém poměru.</p> <p>Nakreslete graf této závislosti a vyznačte do něj některé převodové poměry (podle vaší volby), které je možno nastavit na našem modelovém jízdním kole.</p> <p>Podarí se vám z grafů přečíst, které z převodů jsou použitelné, když nejvyšší myslitelný počet otáček pro „trénovaného hobíka“ je 100 otáček za minutu?</p>
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Když se kolo jízdního kola jedenkrát otočí, urazíme vzdálenost, která se rovná obvodu kola. Obvod vypočítáme:</p> $o = 2\pi r = \pi d$ $o = \pi \cdot 70 \doteq 220 \text{ cm}$ <p>Vypočtěme, kolikrát se musí kolo za 1 minutu otočit (frekvenci šlapání také vyjadřujeme v počtech</p>

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

otáček za 1 minutu), abychom jeli rychlostí $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Převědme rychlost na $\frac{\text{cm}}{\text{min}}$:

$$30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \cdot \frac{100\,000 \text{ cm}}{60 \text{ min}} = 50\,000 \frac{\text{cm}}{\text{min}}.$$

Kolo se tedy musí za 1 minutu otočit $50\,000 : 220 = 227,27 \doteq 227$ krát.

Máme sestavit závislost počtu otáček převodníku (frekvence šlapání) na zvoleném převodu (při dané rychlosti $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$). Hledáme vztah, ve kterém bude převodový poměr volná proměnná a frekvence šlapání vázaná proměnná.

Když máme nastavený převodový poměr p , znamená to, že jednou otáčkou převodníku uděláme p otáček pastorku a tedy i zadního kola.

Při y otáčkách převodníku tedy uděláme py otáček zadního kola. Když má být uděláno 227 otáček

kola (tím zabezpečujeme rychlost $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$), platí tedy, že

$$py = 227$$

$$y = \frac{227}{p}$$

Vidíme, že jde o předpis nepřímé úměrnosti, což je zvláštní případ funkce lineární lomené. Jejím grafem je hyperbola. K její konstrukci stačí znát jeden bod, vypočteme ale několik hodnot, ať se nám podaří křivku nakreslit pokud možno věrně.

Všechny převody, které lze nastavit na našem modelovém kole, jsou v následující tabulce:

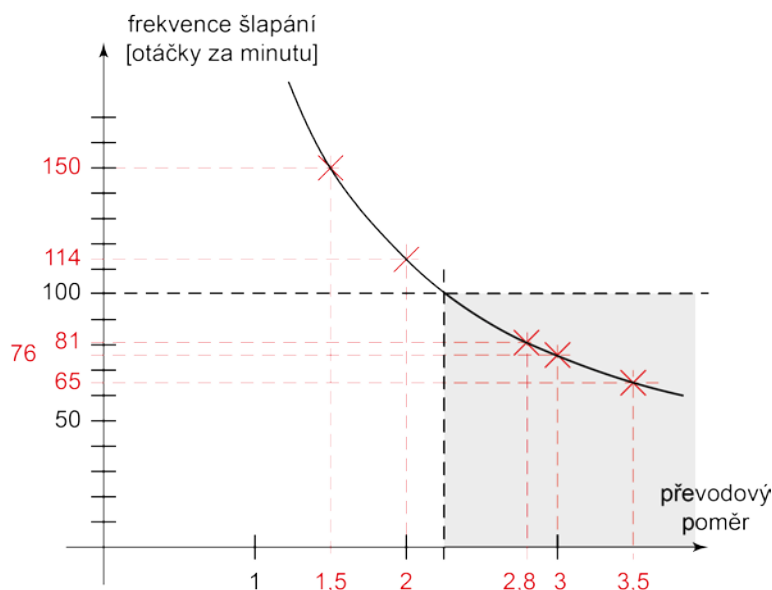
Pastorek	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Poč. zubů	12	13	14	15	17	19	22	25	28
Poměr Převodník 42 zubů	$\frac{42}{12} = 3,5$	$\frac{42}{13} \doteq 3,23$	$\frac{42}{14} = 3$	$\frac{42}{15} = 2,8$	$\frac{42}{17} \doteq 2,47$	$\frac{42}{19} \doteq 2,21$	$\frac{42}{22} \doteq 1,91$	$\frac{42}{25} \doteq 1,68$	$\frac{42}{28} = 1,5$
Poměr Převodník 32 zubů	$\frac{32}{12} \doteq 2,67$	$\frac{32}{13} \doteq 2,46$	$\frac{32}{14} \doteq 2,28$	$\frac{32}{15} \doteq 2,13$	$\frac{32}{17} \doteq 1,88$	$\frac{32}{19} \doteq 1,68$	$\frac{32}{22} \doteq 1,45$	$\frac{32}{25} \doteq 1,28$	$\frac{32}{28} = 1,14$
Poměr Převodník 24 zubů	$\frac{24}{12} = 2$	$\frac{24}{13} \doteq 1,84$	$\frac{24}{14} \doteq 1,71$	$\frac{24}{15} = 1,6$	$\frac{24}{17} \doteq 1,41$	$\frac{24}{19} \doteq 1,26$	$\frac{24}{22} \doteq 1,09$	$\frac{24}{25} = 0,96$	$\frac{24}{28} \doteq 0,86$

Vyberme několik „pěkných“ převodových poměrů, i když pro konstrukci grafu můžeme zvolit i poměry, které na kole nastavit nelze.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Poměr p	$\frac{42}{12} = 3,5$	$\frac{42}{14} = 3$	$\frac{42}{15} = 2,8$	$\frac{24}{12} = 2$	$\frac{42}{28} = 1,5$
Pořebná frekvence šlapání $y = \frac{227}{p}$	$\frac{227}{3,5} \doteq 65$	$\frac{227}{3} \doteq 76$	$\frac{227}{2,8} \doteq 81$	$\frac{227}{2} \doteq 114$	$\frac{227}{1,5} \doteq 150$

Body vyznačíme a proložíme křivkou:



Z grafu můžeme odečíst i další hodnoty potřebných frekvencí šlapání, když zvolíme jiné poměry převodů.

Ve vyznačené oblasti jsou na vodorovné ose ty převodové poměry, pro které je nezbytná frekvence šlapání pro dodržení rychlosti $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Poměr převodů musí být aspoň 2,25.

Doporučujeme graf a tabulky promítnout dataprojektorem.

Doporučujeme diskutovat, co lze z grafu vyčíst – jak se mění „obtížnost“ šlapání při změně převodu, proč je možné prokládat body grafu křivkou apod. Zároveň doporučujeme rozebrat, jak se změní graf při změně požadované rychlosti či změně průměru kola.

Doplňkové aktivity

S aktivitou souvisejí aktivity Jak rychle jedeš?, Jak rychle šlapeš? a Jaké máš na kole převody?, Jak funguje třístupňová převodovka? a Jak funguje plynulé řazení?, které také využívají převodů jízdního kola auta a zabývají se jinými základními závislostmi.

Obrazový materiál | Dílo autora