

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JAK RYCHLE JEDEŠ?

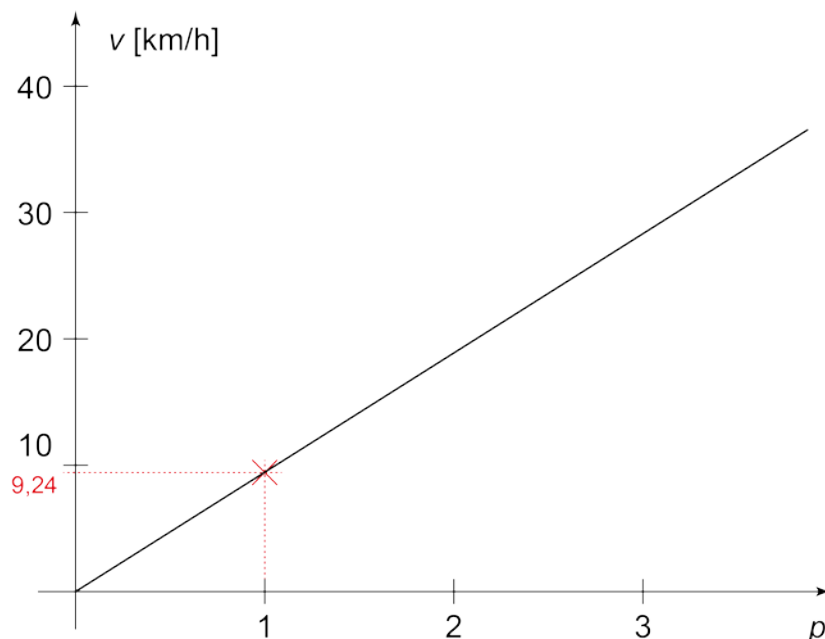
Popis aktivity
Procvičení lineární funkce a grafu lineární funkce pomocí známé praktické situace.
Předpokládané znalosti
Funkce, volná proměnná, vázaná proměnná, graf funkce, poměr, lineární funkce
Potřebné pomůcky
Kalkulátor pro výpočty poměrů, popř. rýsovací potřeby pro konstrukci grafů.
Zadání
<p>Téměř každé jízdní kolo je vybavené přehazovačkou. Víme, že přehazováním ovlivňujeme rychlost jízdy. Horské kolo je běžně vybaveno třemi převodníky u pedálů a devíti pastorky na zadním kole. Předpokládejme, že jde o tuto sestavu:</p> <ul style="list-style-type: none"> - tři ozubené převodníky s 24, 32 a 42 zuby - devět pastorků s 12, 13, 14, 15, 17, 19, 22, 25 a 28 zuby. <p>Volbou převodů nastavujeme převodové poměry (např. při převodníku 32 zubů a pastorku 15 zubů jde o převodový poměr $p = \frac{32}{15} \doteq 2,13$).</p> <p>Obvyklá frekvence šlapání jezdce „hobíka“ je 70 otáček za minutu. Dále víme, že horské kolo má průměr kola 24 palců (počítejme, když přičteme i tloušťku pneumatik, že je to 70 cm).</p> <p>Sestavte graf závislosti rychlosti jízdy na volbě převodového poměru při frekvenci šlapání 70 otáček za minutu. Vyznačte do grafu některé (podle vaší volby) poměry, které lze nastavit pomocí přehazování na našem modelovém kole a jim odpovídající rychlosti při téže frekvenci šlapání.</p> <p>Napište předpis této závislosti.</p>
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Když se kolo jízdního kola jedenkrát otočí, urazíme vzdálenost, která se rovná obvodu kola. Obvod vypočítáme :</p> $o = 2\pi r = \pi d$ $o = \pi \cdot 70 \doteq 220 \text{ cm}$ <p>Je třeba určit, kolik obrátek kolo udělá, když šlápneme sedmdesátkrát. Počet obrátek závisí na převodovém poměru.</p> <p>Když by jedna obrátka šlapátek znamenala jednu obrátku kola, šlo by o nastavený převodový poměr $p = 1$. Když bude jedna obrátka šlapátek znamenat např. 2 obrátky kola, jde o nastavený poměr $p = 2$. Je jasné, že oproti poměru $p = 1$ ujedeme na jedno šlápnutí dvojnásobnou vzdálenost, při frekvenci šlapání 70 otáček za minutu tak vlastně jedeme dvojnásobnou rychlostí.</p> <p>Jde tedy o přímou úměrnost (tedy zvl. případ lineární funkce) – když se poměr zvětší k krát, zvýší se i rychlost k krát.</p> <p>Grafem je přímka, která prochází počátkem soustavy souřadnic. Proto nám pro nakreslení požadovaného grafu stačí znát jednu dvojici $[p, v]$, kde p je zvolený poměr a v je odpovídající rychlost jízdy.</p>

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Při nastaveném poměru $p = 1$ a frekvenci šlapání 70 obrátek ujedeme za 1 minutu vzdálenost 70 obvodů kola, proto se tato rychlost rovná:

$$v = (70 \cdot 220) \frac{\text{cm}}{\text{min}} = 15400 \frac{\text{cm}}{\text{min}} = 15400 \cdot \frac{60}{100000} \frac{\text{km}}{\text{hod}} = 9,24 \frac{\text{km}}{\text{hod}}$$

Nakreslíme graf:

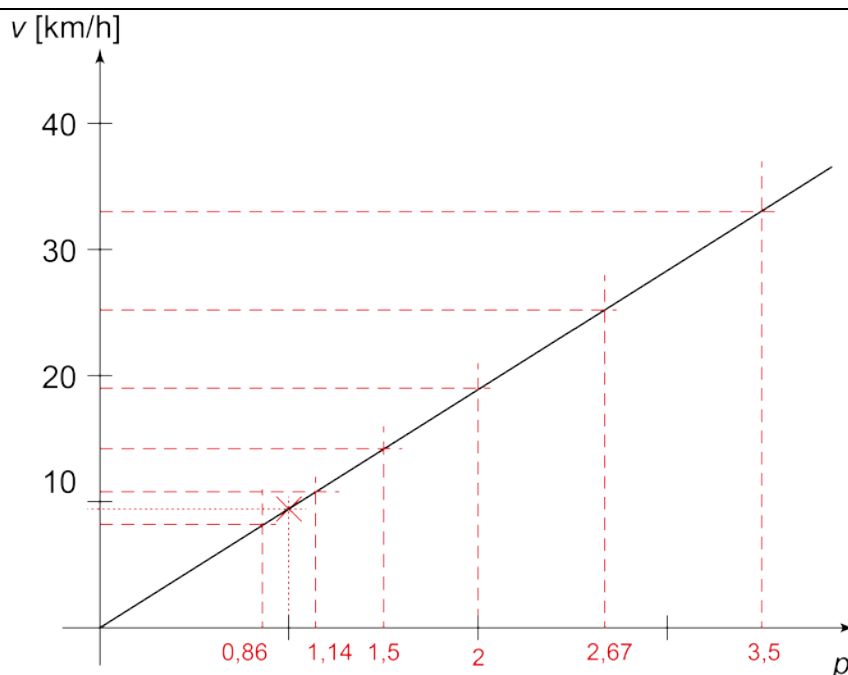


Pro vyznačení převodů, které je možné na našem modelovém kole navolit, vypočítáme převodové poměry. Jsou uvedeny v tabulce:

Pastorek	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Poč. zubů	12	13	14	15	17	19	22	25	28
Poměr Převodník 42 zubů	$\frac{42}{12} = 3,5$	$\frac{42}{13} \doteq 3,23$	$\frac{42}{14} = 3$	$\frac{42}{15} = 2,8$	$\frac{42}{17} \doteq 2,47$	$\frac{42}{19} \doteq 2,21$	$\frac{42}{22} \doteq 1,91$	$\frac{42}{25} \doteq 1,68$	$\frac{42}{28} = 1,5$
Poměr Převodník 32 zubů	$\frac{32}{12} \doteq 2,67$	$\frac{32}{13} \doteq 2,46$	$\frac{32}{14} \doteq 2,28$	$\frac{32}{15} \doteq 2,13$	$\frac{32}{17} \doteq 1,88$	$\frac{32}{19} \doteq 1,68$	$\frac{32}{22} \doteq 1,45$	$\frac{32}{25} \doteq 1,28$	$\frac{32}{28} = 1,14$
Poměr Převodník 24 zubů	$\frac{24}{12} = 2$	$\frac{24}{13} \doteq 1,84$	$\frac{24}{14} \doteq 1,71$	$\frac{24}{15} = 1,6$	$\frac{24}{17} \doteq 1,41$	$\frac{24}{19} \doteq 1,26$	$\frac{24}{22} \doteq 1,09$	$\frac{24}{25} = 0,96$	$\frac{24}{28} \doteq 0,86$

Vyznačíme nejvyšší a nejnižší poměr pro každý z převodníků:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Rychlosti, které těmto převodovým poměrům odpovídají, můžeme z grafu odečíst, nebo vypočítat dosazením do funkčního předpisu.

Pro určení funkčního předpisu použijeme obecný předpis pro přímou úměrnost. Musíme určit hodnotu koeficientu úměrnosti, hodnotu k . Dosadíme tedy známou dvojici $[p, v] = [1; 9,24]$:

$$f : y = k \cdot x$$

$$f : v = k \cdot p$$

$$9,24 = k \cdot 1$$

$$k = 9,24$$

Předpis naší funkce má tedy tvar: $f : v = 9,24 \cdot p$.

Doporučujeme obrázky i tabulku promítnout dataprojektorem.

Doplňkové aktivity

S aktivitou souvisejí aktivity Jak mám přehodit?, Jak rychle šlapeš?, Jaké máš na kole převody?, Jak funguje třístupňová převodovka? a Jak funguje plynulé řazení?, které také využívají převodů jízdního kola a auta a zabývají se jinými základními závislostmi.

Obrazový materiál

Dílo autora