

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**KOLIK TROJÚHELNÍKŮ? - ŘEŠENÍ**

a) Trojúhelníky lze rozdělit např. podle toho, zda obsahují vrchol  $E$ , vrchol  $F$  nebo oba vrcholy.

Počet trojúhelníků, které obsahují vrchol  $E$ , je  $\binom{4}{2} = 6$ . Ze 4 vrcholů  $A, B, C, D$  vybereme 2, třetí

vrchol je  $E$ .

Počet trojúhelníků, které obsahují vrchol  $F$ , je též.

Počet trojúhelníků, které obsahují vrcholy  $E$  i  $F$ , je 4. K těmto vrcholům přidáme už jen jeden z  $A, B, C, D$ .

Celkem je tedy  $6 + 6 + 4 = 16$  trojúhelníků.

Jiný způsob: určíme počet všech neuspořádaných trojic z daných šesti bodů :  $\binom{6}{3} = 20$ .

Některé trojice ovšem netvoří trojúhelník – jsou to ty, kde všechny 3 body leží na jedné přímce.

Takových je  $\binom{4}{3} = 4$ . Celkem tedy je  $20 - 4 = 16$  trojúhelníků.

b) Všechny trojúhelníky mají tutéž výšku. Je tedy třeba jen určit, kolik je různých délek základů.

Pokud označíme  $|AB| = k$ , jsou možné délky základů  $k, 2k, 3k$ . Obsahy všech trojúhelníků lze tedy vyjádřit třemi čísly.

c) Počet trojúhelníků, které mají základnu  $k$ , je 10. Počet trojúhelníků, které mají základnu  $2k$ , jsou 4. Počet trojúhelníků, které mají základnu  $3k$ , jsou 2.

Vybíráme-li ze 16 možných trojúhelníků 2, máme  $\binom{16}{2} = 120$  možností.

Pravděpodobnost, že dva náhodně vybrané trojúhelníky mají též obsah, je tedy

$$\frac{\binom{10}{2} + \binom{4}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{16}{2}} = \frac{45 + 6 + 1}{120} = \frac{52}{120} = 0,43$$