

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### NEJBLIŽŠÍ SOUSED

#### Popis aktivity

Určení souřadnic bodu, který je nejbližší danému bodu na přímce.

#### Předpokládané znalosti

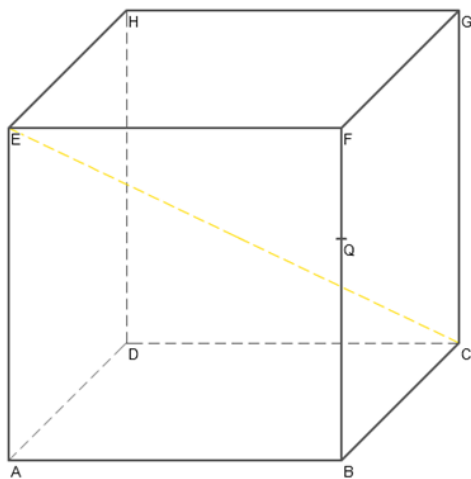
Soustava souřadnic v prostoru, rovnice přímky v prostoru, minimum kvadratické funkce

#### Potřebné pomůcky

Model krychle

#### Zadání

Je dána krychle  $ABCDEFGH$  o hraně 3. Na hraně  $BF$  leží bod  $Q$ , pro který platí  $|BQ| : |QF| = 2:1$ . Určete na přímce  $EC$  bod  $X$ , který je nejbližší bodu  $Q$ .



#### Možný postup řešení, metodické poznámky

Je vhodné použít model krychle, pokud možno i s tělesovou úhlopříčkou  $EC$ , a vyzvat studenty, aby polohu hledaného bodu  $X$  odhadli. Měli by např. vědět, že jeho  $y$ -ová a  $z$ -ová souřadnice musejí být stejné.

Dále zavedeme soustavu souřadnic s počátkem např. v bodě  $D$  a určíme souřadnice všech zmíněných bodů:

$E[0, 3, 3]$ ,  $C[3, 0, 0]$ ,  $Q[3, 3, 2]$ . Souřadnice hledaného bodu  $X$  označme  $[x, y, z]$ .

Protože bod  $X$  má ležet na přímce  $EC$ , musejí jeho souřadnice splňovat rovnici této přímky:

$x = t$ ,  $y = 3-t$ ,  $z = 3-t$ ,  $t$  je libovolné reálné číslo. Směrový vektor  $EC$  má souřadnice  $(3, -3, -3)$ , ale je možno pracovat s kratším vektorem  $(1, -1, -1)$  stejného směru. Pokud hodnota parametru  $t$  vyjde v intervalu  $(0, 3)$ , bude  $X$  vnitřním bodem krychle.

Vzdálenost  $|QX| = \sqrt{(3-t)^2 + t^2 + (-1+t)^2}$ . Pro nějaké  $t$  je tato vzdálenost minimální.

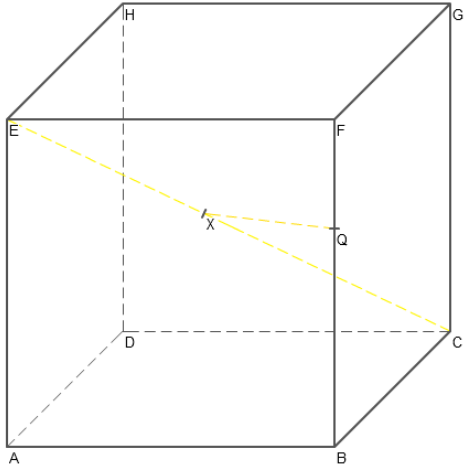
Protože odmocnina je rostoucí funkce, stačí určit minimum výrazu pod odmocninou:

$|QX|^2 = (3-t)^2 + t^2 + (-1+t)^2 = 3t^2 - 8t + 10$ . To je konvexní kvadratická funkce, která nabývá minima.

Hodnotu  $t$  lze určit buď pomocí derivace, pokud žáci ještě derivaci neznají, pak je možno použít vzorec pro souřadnice vrcholu grafu kvadratické funkce.

$t_{min} = \frac{4}{3}$ . Souřadnice bodu  $X$  jsou  $[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}]$  a bod  $X$  je opravdu vnitřním bodem krychle.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

	
<b>Doplňkové aktivity</b>	
Je možno např. určit, v jakém poměru dělí bod X úsečku EC (5:4)	
<b>Obrazový materiál</b>	Dílo autora