

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

NEJBLIŽŠÍ SOUSED - ŘEŠENÍ

Zavedeme soustavu souřadnic s počátkem např. v bodě D a určíme souřadnice všech zmíněných bodů:

$E[0, 3, 3]$, $C[3, 0, 0]$, $Q[3, 3, 2]$. Souřadnice hledaného bodu X označme $[x, y, z]$.

Protože bod X má ležet na přímce EC , musejí jeho souřadnice splňovat rovnici této přímky:

$x = t$, $y = 3-t$, $z = 3-t$, t je libovolné reálné číslo. Směrový vektor EC má souřadnice $(3, -3, -3)$, ale je možno pracovat s kratším vektorem $(1, -1, -1)$ stejného směru. Pokud hodnota parametru t vyjde v intervalu $(0, 3)$, bude X vnitřním bodem krychle.

Vzdálenost $|QX| = \sqrt{(3-t)^2 + t^2 + (-1+t)^2}$. Pro nějaké t je tato vzdálenost minimální.

Protože odmocnina je rostoucí funkce, stačí určit minimum výrazu pod odmocninou:

$|QX|^2 = (3-t)^2 + t^2 + (-1+t)^2 = 3t^2 - 8t + 10$. To je konvexní kvadratická funkce, která nabývá minima.

Hodnotu t lze určit buď pomocí derivace, pokud žáci ještě derivaci neznají, pak je možno použít vzorec pro souřadnice vrcholu grafu kvadratické funkce.

$t_{min} = \frac{4}{3}$. Souřadnice bodu X jsou $[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}]$ a bod X je opravdu vnitřním bodem krychle.

