INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

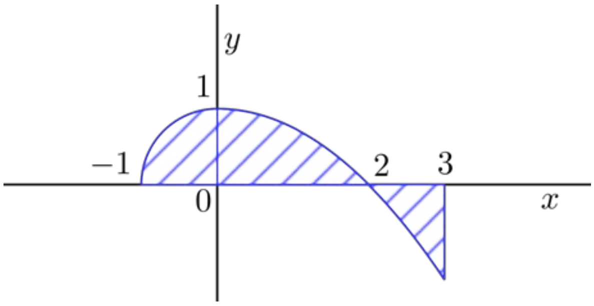
OBJEM RYBIČKY

Popis aktivity	
Výpočet objemu rotačního tělesa užitím integrálního počtu.	
Předpokládané znalosti	
Grafické znázornění daného zadání, vzorec pro objem koule, vztah pro výpočet objemu rotačního tělesa užitím integrálního počtu, výpočet určitého integrálu	
Zadání	

Vypočtěte objem „rybičky“, jejíž hlava vznikne rotací čtvrtkružnice se středem v počátku soustavy souřadnic a poloměrem $r=1$ (čtvrtkružnice prochází body $[-1;0]$ a $[0;1]$) kolem osy x a tělo a ocas vzniknou rotací obrazce, který je omezen grafem funkce $f: y=-\frac{1}{4}x^2+1$ v mezích od 0 do 3 kolem osy x.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Začneme náčrtkem situace v soustavě souřadnic.



Rotací čtvrtkružnice kolem osy x vznikne polokoule, jejíž objem je $V_1=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi$. Objem V_2 zbývající části „rybičky“ vypočítáme pomocí integrálního počtu.

$$V_2=\pi\int_0^3\left(-\frac{1}{4}x^2+1\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^3\left(\frac{1}{16}x^4-\frac{1}{2}x^2+1\right)\mathrm{d}x=\pi\left[\frac{1}{16}\cdot\frac{x^5}{5}-\frac{1}{2}\cdot\frac{x^3}{3}+x\right]_0^3=\pi\left(\frac{243}{80}-\frac{9}{2}+3\right)$$
$$=\frac{123}{80}\pi$$

Pak $V=V_1+V_2=\frac{2}{3}\pi+\frac{123}{80}\pi=\frac{529}{240}\pi\doteq 6{,}9$

Objem „rybičky“ je tedy asi $6{,}9$ krychlových jednotek.

Doplňkové aktivity	
Žáci mohou spočítat hmotnost takové „rybičky“, pokud bude odlita např. z olova.	
Obrazový materiál	Dílo autora

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.