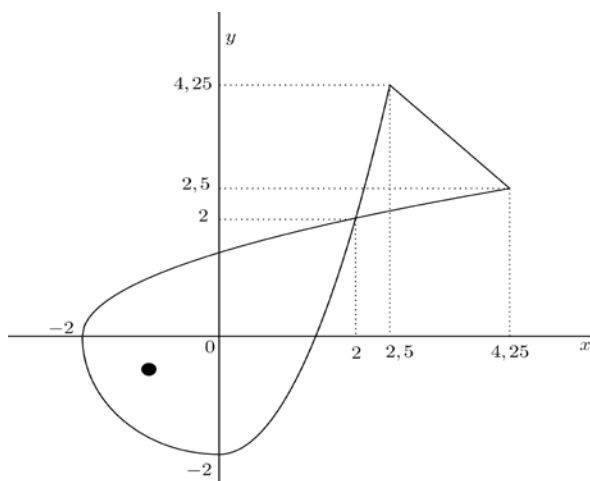


## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### RYBIČKA Z PAPÍRU - ŘEŠENÍ

Načrtneme si obrázek „rybičky“ v soustavě souřadnic.

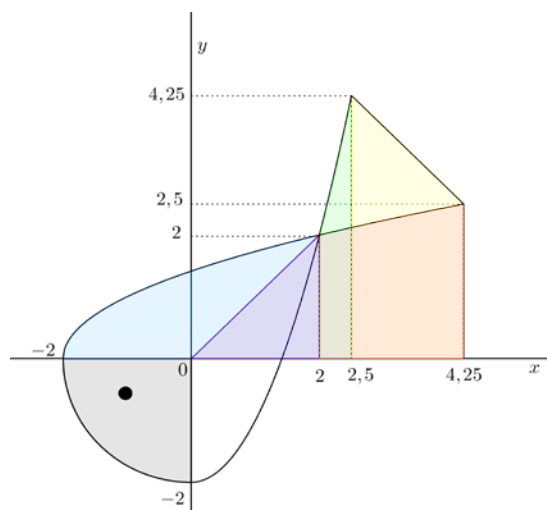


Pro výpočet obsahu rozdělíme „rybičku“ na tři části – hlavička je čtvrtkruh o poloměru  $r = 2$ , jeho obsah je  $\pi$ . Tělo se skládá ze dvou částí souměrných podle osy 1. a 3. kvadrantu (jedná se o grafy navzájem inverzních funkcí) a ocas pro potřeby výpočtu rozdělíme na dvě části.

Nejprve musíme určit souřadnice průsečíků grafů jednotlivých funkcí. Řešíme tedy rovnici

$\sqrt{x+2} = x^2 - 2$ . Můžeme řešit umocněním a převedením na rovnici čtvrtého stupně, ale vidíme i na základě sestrojených grafů, že existuje jediné řešení této rovnice a to  $x = 2$ .

Pro souřadnice okrajů ocasu stačí vyřešit jednu z rovnic  $\sqrt{x+2} = -x + 6,75$  nebo  $x^2 - 2 = -x + 6,75$ , protože opět můžeme využít vlastností inverzních funkcí. Řešíme-li druhou rovnici - tedy kvadratickou rovnici  $x^2 + x - 8,75 = 0$ , dostaneme kořeny  $x_1 = 2,5$  a  $x_2 = -3,5$ . Záporný kořen vzhledem k podmínce nevyhovuje. Okraje ocasu jsou tedy body o souřadnicích  $[2,5; 4,25]$  a  $[4,25; 2,5]$ .



$$\text{Tedy obsah } S = \pi + 2 \left( \int_{-2}^2 \sqrt{x+2} \, dx - \int_0^2 x \, dx \right) + \int_2^{2,5} (x^2 - 2) \, dx + \int_{2,5}^{4,25} (-x + 6,75) \, dx - \int_2^{4,25} \sqrt{x+2} \, dx.$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá.

Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pro výpočet  $\int_{-2}^2 \sqrt{x+2} dx$  využijeme jednoduché substituce (změníme meze) a dostáváme

$$S = \pi + 2 \left( \left[ \frac{2t\sqrt{t}}{3} \right]_0^4 - \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^2 \right) + \left[ \frac{x^3}{3} - 2x \right]_2^{2,5} + \left[ -\frac{x^2}{2} + 6,75x \right]_{2,5}^{4,25} - \left[ \frac{2t\sqrt{t}}{3} \right]_4^{6,25}.$$

Po dosazení a výpočtech pomocí kalkulačky dostáváme pro obsah  $S$  přibližnou hodnotu 12,2. Na výrobu papírové rybičky budeme potřebovat asi 12,2 papíru (v odpovídajících jednotkách).