

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

STOKRÁT NIC III

Popis aktivity

Využití znalosti algoritmu pro výpočet aritmetického průměru, vyjádření požadovaných veličin v závislosti na parametrech. Sestavení tabulky pro konkrétní čísla odpovídající dané situaci.

Předpokládané znalosti

Procenta, aritmetický průměr (vážený průměr)

Zadání

Průměrný plat ve skupině n řadových zaměstnanců a k vedoucích pracovníků je o 1 % vyšší, než je průměrný plat samotných n řadových zaměstnanců.

- O kolik procent se liší průměrný plat vedoucího pracovníka od průměrného platu zaměstnance?
- Sestavte tabulku s rozdíly průměrných platů řadových zaměstnanců a vedoucích pracovníků pro různé početné skupiny.
- Průměrný plat vedoucího pracovníka má být alespoň o 50 % vyšší než průměrný plat řadového zaměstnance.
Jaký je nejmenší počet zaměstnanců na jednoho vedoucího pracovníka?

Možný postup řešení, metodické poznámky

Označme:

z – průměrný plat řadového zaměstnance

v – plat vedoucího pracovníka

n – počet řadových zaměstnanců

k – počet vedoucích pracovníků

- Zápis podmínky ze zadání:

$$\frac{n \cdot z + k \cdot v}{n + k} = 1,01 \cdot z$$

Hledaný procentuální rozdíl platů lze vyjádřit vztahem:

$$\frac{v - z}{z}$$

Z první rovnice vyjádříme plat vedoucího pracovníka:

$$n \cdot z + k \cdot v = 1,01z \cdot (n + k)$$

$$k \cdot v = 0,01nz + 1,01zk$$

$$v = \frac{z \cdot (0,01n + 1,01k)}{k}$$

Posledním vyjádřením nahradíme veličinu v ve vztahu pro výpočet procentuálního rozdílu platů:

$$\frac{0,01n + 1,01k}{k} - 1 = \frac{0,01n + 0,01k}{k} = 0,01 \cdot \frac{n + k}{k} = \frac{n + k}{100k} = \frac{n + k}{k} \% = \left(1 + \frac{n}{k}\right) \%$$

Pokud předpokládáme, že řadových zaměstnanců není méně než vedoucích pracovníků, pak plat vedoucího pracovníka je minimálně o 2 % vyšší než průměrný plat zaměstnance. Tento minimální rozdíl nastane v případě, že podnik má stejný počet řadových zaměstnanců jako vedoucích pracovníků. S příchodem jednoho řadového zaměstnance se rozdíl mezi platem vedoucího pracovníka a průměrným platem řadového zaměstnance zvýší o $\frac{1}{k}$ %.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2.

Rozdíl v průměrných platech vedoucího pracovníka a řadového zaměstnance	Počet vedoucích pracovníků (k)						
	1	2	3		k		100
Počet řadových zaměstnanců (n)							
1	2 %	1,5 %	$1\frac{1}{3}$ %	...	$(1 + \frac{1}{k})$ %	...	1,01 %
2	3 %	2 %	$1\frac{2}{3}$ %		$(1 + \frac{2}{k})$ %		1,02 %
3	4 %	2,5 %	2 %		$(1 + \frac{3}{k})$ %		1,03 %
...
n	$(n + 1)$ %	$(1 + \frac{n}{2})$ %	$(1 + \frac{n}{3})$ %		$(1 + \frac{n}{k})$ %		$(1 + \frac{n}{100})$ %
...
99	100 %	50,5 %	34 %		$(1 + \frac{99}{k})$ %		1,99 %
100	101 %	51 %	$34\frac{1}{3}$ %	...	$(1 + \frac{100}{k})$ %	...	2 %

3. Průměrný plat vedoucího pracovníka má být alespoň o 50 % vyšší než průměrný plat řadového zaměstnance. Z tabulky lze odhadnout, že na jednoho vedoucího pracovníka by mělo připadat alespoň 49 zaměstnanců.

Výsledek je možné ověřit výpočtem. V tomto případě nás zajímá poměr $\frac{n}{k}$ (tj. počet řadových zaměstnanců na jednoho vedoucího pracovníka). Platí:

$$v \geq 1,5z$$

Po dosažení za proměnnou v získáme vztah:

$$\frac{z \cdot (0,01n + 1,01k)}{k} \geq 1,5z$$

$$0,01n + 1,01k \geq 1,5k$$

$$0,01n \geq 0,49k$$

Proměnné n, k jsou celá kladná čísla, tedy platí:

$$\frac{n}{k} \geq 49$$

Aby byl průměrný plat vedoucího pracovníka alespoň o 50 % vyšší, než je průměrný plat řadového zaměstnance, v podniku musí na jednoho vedoucího pracovníka připadat alespoň 49 řadových zaměstnanců.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Doplňkové aktivity

V hlavní diagonále tabulky jsou stejná čísla. Jaký vztah platí pro čísla ve vedlejší diagonále tabulky (míří z levého dolního do pravého horního rohu)?

Řešení:

Ve vedlejší diagonále platí $n + k = 101$.

Tedy výraz $1 + \frac{n}{k}$ lze zapsat jako $1 + \frac{101 - k}{k} = \frac{101}{k}$. Posuneme-li se o jedno místo na diagonále doprava

nahoru, k se zvětší o 1, tedy získáme výraz $\frac{101}{k + 1}$. Pro porovnání obou výrazů je nejvhodnější podíl, tedy

hodnoty sousedních hodnot ve směru vzhůru doprava jsou v poměru $(k + 1) : k$, což lze doložit např. dvojicí čísel vycházejících z levého dolního rohu ($k = 1$). Jejich poměr je $101 : 50,5$, což je skutečně $2 : 1$.