

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VIDÍM, NEVIDÍM

Popis aktivity

Práce s body a vektory v modelu trojrozměrného prostoru a hledání souvislosti mezi geometrickým znázorněním vektoru a zápisem prostřednictvím souřadnic.

Předpokládané znalosti

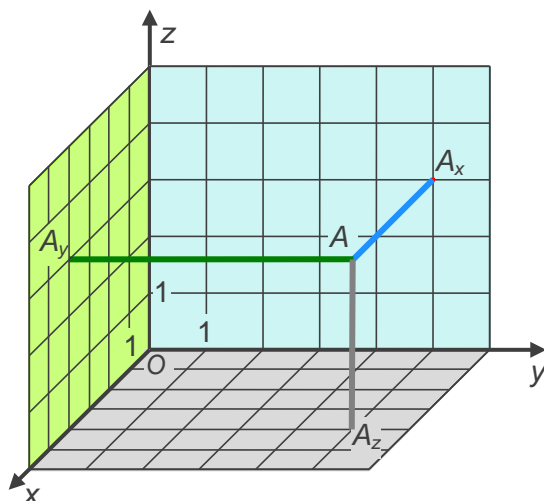
Body a vektory v trojrozměrném prostoru, sčítání vektorů, analytické vyjádření přímky a roviny

Potřebné pomůcky

Rýsovací potřeby

Zadání

1. Zapište souřadnice bodů A , A_x , A_y a A_z v kartézské soustavě souřadnic $Oxyz$.

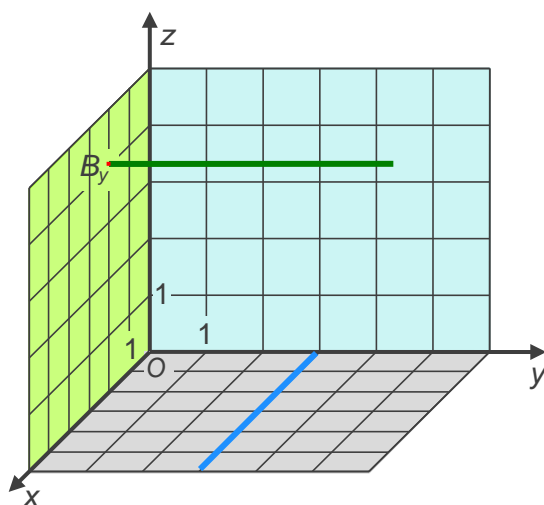


2. Jak lze získat body A_x , A_y a A_z ?
3. Zapište souřadnice vektorů $\vec{OA_z}$, $\vec{A_zA}$, $\vec{AA_y}$, $\vec{A_zA_y}$.
4. Vypočtěte a výsledky zdůvodněte:

$$\vec{OA_z} + \vec{A_zA} + \vec{AO} =$$

$$\vec{OA_z} + \vec{A_zA_x} + \vec{A_xA_y} + \vec{A_yO} =$$
5. Zapište souřadnice bodu B , jehož kolmý průměr do souřadnicové roviny xz je B_y a kolmý průměr bodu A do souřadnicové roviny xy leží na modré přímce. Bod B umístěte v kartézské soustavě souřadnic Oxy .

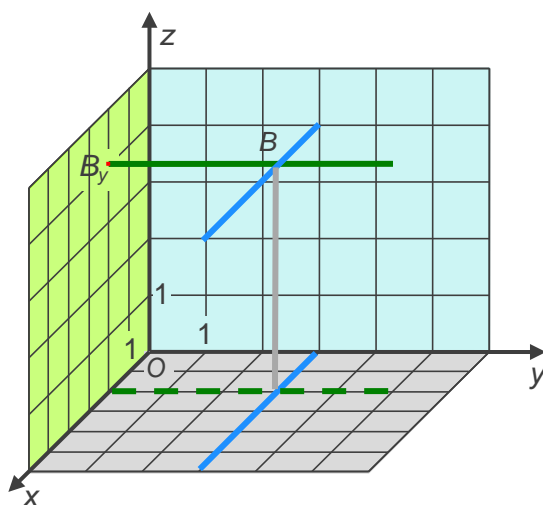
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Možný postup řešení, metodické poznámky

1. $A[4, 5, 3], A_x[0, 5, 3], A_y[4, 0, 3]$ a $A_z[4, 5, 0]$
2. Body A_x, A_y a A_z jsou kolmé průměty bodu A do souřadnicové roviny yz, xz a xy . Směr promítání je postupně ve směru osy x , osy y a osy z (tj. index zapsaný u názvu promítnutého bodu). Jedna souřadnice průmětu do souřadnicové roviny je nulová, u bodu A_x je to souřadnice x apod. Zbývající dvě souřadnice se shodují se souřadnicemi bodu A .
3. $\overrightarrow{OA_z} = (4, 5, 0), \overrightarrow{A_zA} = (0, 0, 3), \overrightarrow{AA_y} = (0, 5, 0), \overrightarrow{A_yA_x} = (0, -5, 3)$. Každá souřadnice představuje posunutí ve směru jedné osy, a to v pořadí x, y, z .
4. $\overrightarrow{OA_z} + \overrightarrow{A_zA} + \overrightarrow{AA_y} + \overrightarrow{A_yA_x} = (4, 5, 0) + (0, 0, 3) + (0, 5, 0) + (0, -5, 3) = (0, 0, 0)$.
Sčítáme-li postupně takové vektory, s kterými se dostaneme zpět do původního bodu, výsledný vektor je nulový (tj. výsledné posunutí je nulové). Proto platí:
 $\overrightarrow{OA_z} + \overrightarrow{A_zA_x} + \overrightarrow{A_xA_y} + \overrightarrow{A_yO} = (0, 0, 0)$
5. Kolmý průmět B_y je zodpovědný za dvě souřadnice $x = 2, z = 4$, chybějící souřadnice y se shoduje se souřadnicí kolmému průmětu B_z bodu B do roviny xy , který leží na modré přímce. Všechny body této přímky mají souřadnici $y = 3$. Platí: $B[2, 3, 4]$. K lepší představě by mohl pomoci kolmý průmět zelené přímky do souřadnicové roviny xy .

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Doplňkové aktivity

1. Stereometrie. Určete vzájemnou polohu modré a zelené přímky v posledním obrázku a určete odchylku těchto přímek.
2. Jaký útvar může být kolmý k oběma přímкам (modré a zelené)?
3. Určete rovnici roviny, která obsahuje zelenou přímku a je kolmá k modré přímce (nebo opačně).

Řešení:

1. Mimoběžky, které jsou na sebe kolmé.
2. Nejkratší příčka mimoběžek, resp. přímka, na níž tato příčka leží.
3. Rovina obsahuje např. bod B , směrové vektory $\overline{BB}_y = (0, -3, 0)$ a $\overline{BB}_z = (0, 0, -3)$, resp. normálový vektor $\vec{n} = (1, 0, 0)$, který je současně směrovým vektorem modré přímky.

Nebo:

Hledaná rovina je rovnoběžná se souřadnicovou osou yz , tedy všechny body hledané roviny mají souřadnici x stejnou a zbývající souřadnice se mohou měnit nezávisle. Pro bod B je $x = 2$. Z uvedených údajů je možné určit obecnou rovnici roviny i parametrické vyjádření roviny.

Nejjednodušším způsobem lze určit rovnici roviny z poslední informace, tj. platí:

$$\rho: x = 2,$$

resp.

$$\rho: x = 2,$$

$$y = t$$

$$z = s; \quad t, s \in \mathbf{R}$$

Přesahy a vazby

Analytická geometrie lineárních útvarů

Obrazový materiál

Dílo autora