

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZÁHADNÁ ROVNOST

Popis aktivity
Zápis vlastnosti čísel pomocí proměnné a ověření rovnosti výrazů.
Předpokládané znalosti
Druhá mocnina dvojčlenu, násobení mnohočlenů
Zadání
<p>Ověřte, zda platí:</p> $3^2 + 4^2 + (3 \cdot 4)^2 = (3 \cdot 4 + 1)^2$ $4^2 + 5^2 + (4 \cdot 5)^2 = (4 \cdot 5 + 1)^2$ <p>a) Napište podobný výraz tak, aby začínal číslem 6^2 a ověřte, zda rovnost také platí. Zapište tento výraz pomocí proměnné n v oboru přirozených čísel.</p> <p>b) Platí tato rovnost pro všechna přirozená čísla?</p>
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Úlohy je vhodné řešit v tomto pořadí.</p> $3^2 + 4^2 + (3 \cdot 4)^2 = 9 + 16 + 144 = 169 = 13^2 = (12 + 1)^2 = (3 \cdot 4 + 1)^2$ $4^2 + 5^2 + (4 \cdot 5)^2 = 16 + 25 + 400 = 441 = 21^2 = (20 + 1)^2 = (4 \cdot 5 + 1)^2$ <p>Obě rovnosti platí.</p> <p>a) $6^2 + 7^2 + (6 \cdot 7)^2 = 36 + 49 + 1764 = 1849 = 43^2 = (42 + 1)^2 = (6 \cdot 7 + 1)^2$. Rovnost také platí.</p> <p>Obecný zápis $n^2 + (n + 1)^2 + (n \cdot (n + 1))^2 = (n \cdot (n + 1) + 1)^2$</p> <p>b) Rovnost je možno dokazovat např. zprava doleva:</p> $P = (n \cdot (n + 1) + 1)^2 = (n \cdot (n + 1))^2 + 2n(n + 1) + 1 = (n \cdot (n + 1))^2 + 2n^2 + 2n + 1 =$ $= (n \cdot (n + 1))^2 + n^2 + (n^2 + 2n + 1) = (n \cdot (n + 1))^2 + n^2 + (n + 1)^2 = L$
Doplňkové aktivity
Je možno zjistit, zda pro nějaké n nabude výraz dané hodnoty, např. 20766249 (hodnota pro $n = 67$). Úloha vede na kvadratickou rovnici.