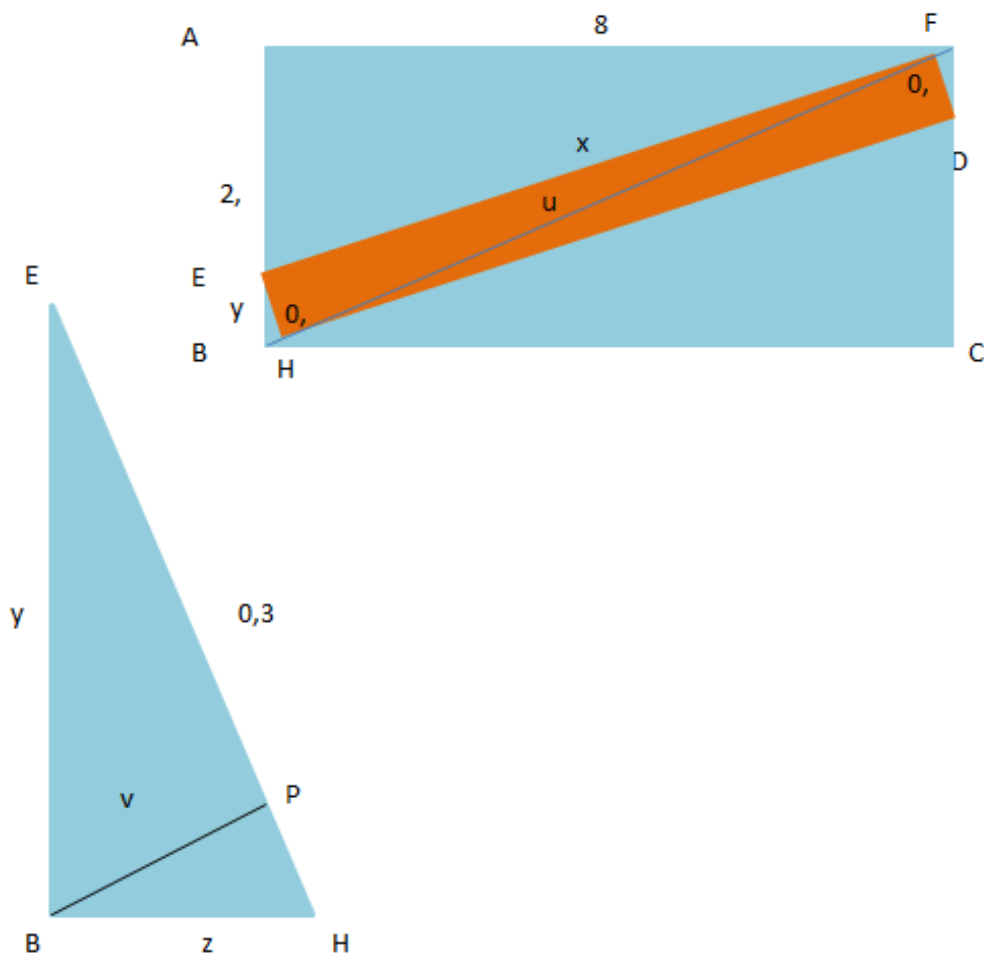


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DĚLKA TRÁMU - ŘEŠENÍ



Přesné řešení:

Protože trojúhelníky FAE a EBH jsou podobné, platí:

$$\frac{2,5 - y}{x} = \frac{z}{0,3} \quad (1)$$

Pro plochu obdélníku $ABCD$ platí:

$$2,5 \cdot 8 = 0,3 \cdot x + y \cdot z + (2,5 - y)(8 - z)$$

Po úpravě dostaneme:

$$0,3x = 8y + 2,5z \quad (2)$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

V trojúhelníku FAE platí Pythagorova věta:

$$x^2 = (8 - z)^2 + (2,5 - y)^2$$

Po dosazení za $z = \sqrt{0,3^2 - y^2}$ do rovnic (1) a (2) a dosazením x z (1) do (2) dostaneme:

$$0,3^2 \cdot (2,5 - y) = (8y + 2,5\sqrt{0,3^2 - y^2})\sqrt{0,3^2 - y^2}$$

$$0,3^2 \cdot 2,5 - 0,3^2 y = 8y\sqrt{0,3^2 - y^2} + 2,5 \cdot 0,3^2 - 2,5 y^2$$

$$2,5 y^2 - 0,3^2 y = 8y\sqrt{0,3^2 - y^2}$$

$$2,5 y - 0,3^2 = 8\sqrt{0,3^2 - y^2}$$

$$2,5^2 y^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot 0,3^2 y + 0,3^4 = 8^2 \cdot 0,3^2 - 8^2 y^2$$

$$(8^2 + 2,5^2) y^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot 0,3^2 y + 0,3^4 - 8^2 \cdot 0,3^2 = 0$$

$$70,25 y^2 - 0,45 y - 5,7519 = 0$$

$$y_1 = 0,289385$$

$$y_2 = -0,282958$$

Tedy: $y = 0,29$

$$z = \sqrt{0,3^2 - 0,29^2} = 0,08$$

$$x^2 = (8 - 0,08)^2 + (2,5 - 0,29)^2$$

$$x = 8,22$$

Délka trámu je asi 8 m a 22 cm.

Přibližná řešení:

Jestliže budeme považovat trojúhelník EBH podobný s trojúhelníkem DAB a trojúhelník EPB podobný s trojúhelníkem DAB pak platí:

$$\frac{8}{u} = \frac{y}{0,3}$$

$$\frac{v}{y} = \frac{2,5}{u}$$

Po vypočítání úhlopříčky u a dosazení dostáváme:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$u = \sqrt{2,5^2 + 8^2}$$

$$u = 8,38$$

$$v = \frac{2,5 \cdot 8 \cdot 0,3}{8,38^2} = 0,085$$

Pro hledanou délku trámu přibližně platí:

$$x = u - 2v = 8,38 - 0,17 = 8,21$$

Druhé přibližné řešení:

Jestliže budeme považovat trojúhelníky *FAE* a *EBH* za podobné, platí:

$$\frac{8}{x} = \frac{y}{0,3}$$

$$\frac{2,5}{x} = \frac{z}{0,3}$$

V trojúhelníku *FAE* platí Pythagorova věta:

$$x^2 = (2,5 - y)^2 + (8 - z)^2$$

Vyjádříme neznámé *y* a *z* z obou poměrů:

$$y = \frac{8 \cdot 0,3}{x}$$

$$z = \frac{2,5 \cdot 0,3}{x}$$

Po dosazení do Pythagorovy věty dostaneme:

$$x^2 = \left(2,5 - \frac{2,4}{x}\right)^2 + \left(8 - \frac{0,75}{x}\right)^2$$

Rovnice je čtvrtého řádu, proto si řešení zjednodušíme. Stačí nám výsledek odhadnout.

Víme, že *x* bude větší než 8 m, proto hodnota výrazu $\frac{2,4}{x}$ bude menší než 0,3 a hodnota výrazu

$\frac{0,75}{x}$ bude menší než 0,094.

Takže

$$x^2 = (2,5 - 0,3)^2 + (8 - 0,094)^2$$

$$x^2 = 67,34$$

$$x = 8,21$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tedy délka trámu bude větší než 8,21 m.

Nyní můžeme náš výsledek dále zpřesnit použitím vypočítané hodnoty.

$$\frac{2,4}{8,21} = 0,29$$

$$\frac{0,75}{8,21} = 0,091$$

$$x^2 = (2,5 - 0,29)^2 + (8 - 0,091)^2$$

$$x^2 = 67,44$$

$$x = 8,212$$

Trám může mít délku minimálně 8 m a 21 cm.

Výsledky úlohy jsou ovlivněny zaokrouhlováním, tedy počtem desetinných míst používaných při výpočtu.