

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### OTOČENÉ ČTVERCE

#### Popis aktivity

Výpočet úhlu otočení čtverce z jednoduché goniometrické rovnice.

#### Předpokládané znalosti

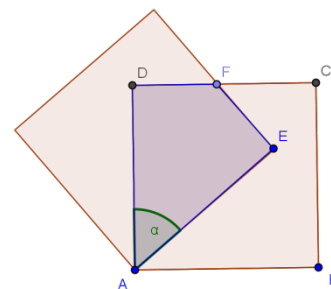
Obsah trojúhelníka a čtverce, goniometrické funkce a rovnice

#### Potřebné pomůcky

kalkulátor

#### Zadání

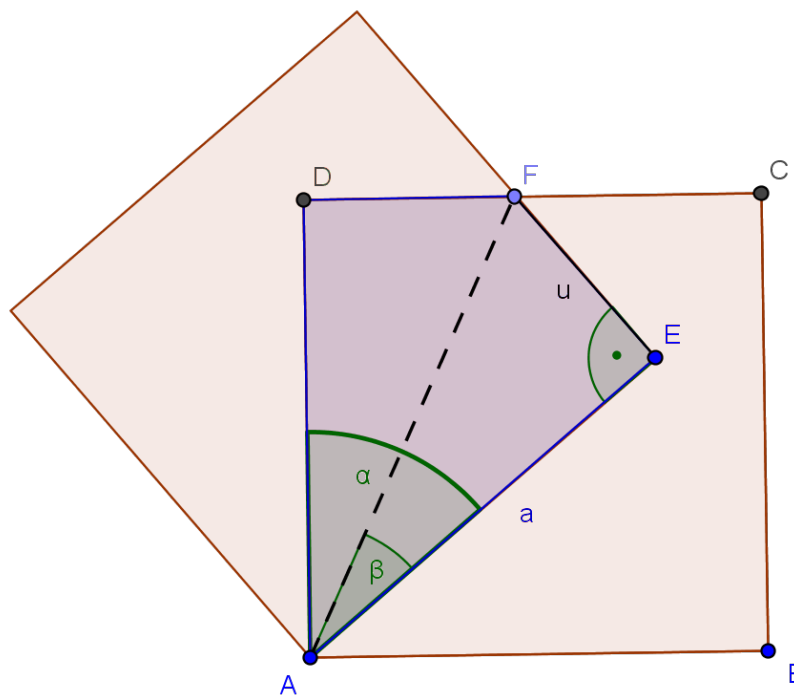
Anička s Honzou se dohadovali, o jaký úhel musí otočit čtverec kolem jednoho jeho vrcholu, aby obsah společné části obou čtverců (původního čtverce a otočeného čtverce) byl přesně polovinou obsahu původního čtverce. Pomůžteš jim?



#### Možný postup řešení, metodické poznámky

Učitel pomůže žákům nakreslit náčrtek a případně radí s postupem. Žáci řeší samostatně.

Řešení:



Společná část obou čtverců  $AEFD$  má tvar deltoidu a je složena ze dvou shodných pravoúhlých trojúhelníků. Obsah čtyřúhelníku  $AEFD$  je dvojnásobkem obsahu trojúhelníku  $AEF$ , který vypočítáme:

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$S = \frac{1}{2} au$$

Pro pravoúhlý trojúhelník  $AEF$  platí:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{u}{a}$$

$$u = a \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Po dosazení dostáváme pro obsah deltoidu  $AEFD$  vzorec:

$$S = a \cdot a \cdot \operatorname{tg} \beta = a^2 \operatorname{tg} \beta$$

Chceme, aby obsah deltoidu  $AEFD$  tvořil polovinu obsahu čtverce, proto:

$$a^2 \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} a^2$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2}$$

Na kalkulačce vypočítáme:  $\beta = 26,6^\circ$

Dalším řešením je úhel  $-26,6^\circ$ .

Goniometrická rovnice s funkcí tangens má nekonečně mnoho řešení, které vzniknou přičítáním celočíselných násobků periody  $180^\circ$  k oběma řešením. Tyto hodnoty jsou matematickým řešením rovnice, ale nemají pro náš úkol praktický význam, protože důsledkem dvojnásobku úhlu  $180^\circ$  je otočení čtverce o úhel  $360^\circ$ , tedy o jednu celou otáčku.

$$\text{Takže } \alpha = 2 \cdot (\pm 26,6^\circ) = \pm 53,13^\circ$$

Čtverec musíme pootočit asi o úhel  $\pm 53,13^\circ$  a k tomu můžeme přidat libovolný počet otáček o  $360^\circ$  v libovolném směru.

**Doplňkové aktivity**

Změnit poměr ploch nebo tvar otočeného útvaru.

**Obrazový materiál**

Dílo autora