

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

BLESK - ŘEŠENÍ

1. Délka dráhy blesku ve vodorovném směru je rovna dvěma třetinám předchozí délky dráhy ve směru šikmo dolů. Poměr délek těchto směrů a v tomto pořadí se zachovává.

Součtem těchto dvou úseků vytvoříte členy posloupnosti $\{b_{n=1}\}_{n=1}^{\infty}$:

$$\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ 150; 100; \frac{20}{3}; \frac{40}{9}; \dots \right\}.$$

Podle zadání tvoří délky šikmých směrů i vodorovných směrů geometrické posloupnosti, a to se stejným kvocientem $q = \frac{2}{3}$.

Tvoří i jednotlivé součty geometrickou posloupnost?

Ukažme, že i tato posloupnost je geometrická.

Jsou-li $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ geometrické posloupnosti se stejným kvocientem q , potom je také posloupnost $\{x_n + y_n\}_{n=1}^{\infty} = \{z_n\}_{n=1}^{\infty}$ geometrická.

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n \cdot q & x_{n+1} + y_{n+1} &= x_n \cdot q + y_n \cdot q = \underline{\underline{(x_n + y_n) \cdot q}} \\ y_{n+1} &= y_n \cdot q & z_{n+1} &= (x_n + y_n) \cdot q = \underline{\underline{z_n \cdot q}} \end{aligned}$$

Závěr: Posloupnost $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}$ je také geometrická.

Protože kvocient $q = \frac{2}{3}$ splňuje podmínku pro existenci součtu ($|q| < 1$), součet existuje.

$$s_b = \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 150 + 100 + \frac{20}{3} + \frac{40}{9} + \dots = \frac{150}{1 - \frac{2}{3}} = \underline{\underline{450}}$$

Dráha blesku je asi 450 metrů.

2. Vypočítejte výšky všech rovnostranných trojúhelníků a proveďte jejich součet.

Trojúhelníky jsou podobné (koeficient podobnosti $k = \frac{2}{3}$), proto i poměr velikostí jejich výšek je zachován a také i existuje součet všech jejich délek.

Výpočet výšky v rovnostranném trojúhelníku:

$$v = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_1 = a_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 90 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$s_v = \sum_{n=1}^{\infty} v_n = 90 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 60 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \dots = \frac{45\sqrt{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 135\sqrt{3} \doteq \underline{\underline{233,83}}$$

Protože zánik blesku byl odhadován asi na 40 metrů nad zemí, předpokládá se vznik jeho záblesku asi ve výšce 273,83 metrů nad horizontem.

