

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

BOD A HYPERBOLA 1

Popis aktivity

Určení rovnice přímky a hyperboly v rovině.

Předpokládané znalosti

Směrový a normálový vektor, charakteristiky hyperboly

Potřebné pomůcky

Tabulky, kalkulačka, pracovní list pro žáka

Zadání

V rovině soustavy souřadnic je dán pouze jeden bod $P [6 ; 4]$. Sestrojte obdélník $OXPY$, jehož strany leží na osách soustavy souřadnic, bod P je jeho jedním vrcholem a vrchol X leží na ose x .

1. Určete obsah čtyřúhelníku, jehož vrcholy leží ve středech stran obdélníku $OXPY$.
2. Vypočítejte délku poloos a velikost excentricity hyperboly H , jejímiž asymptotami jsou úhlopříčky obdélníku $OXPY$ a jeden vrchol hyperboly leží uprostřed strany $|XP|$.
3. Napište směrnici, parametrický a obecný tvar rovnic asymptot hyperboly.
4. Napište středovou a obecnou rovnici hyperboly H .

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Obsah čtyřúhelníku je roven polovině obsahu obdélníku $OXPY$:

$$S = \frac{|OX| \cdot |XP|}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = \underline{\underline{12 \text{ j}^2}}$$

2. Střed hyperboly $S [3 ; 2]$, vrchol hyperboly $B [6 ; 2]$

Hlavní poloosa hyperboly $a = |SB| = 3$

Vedlejší poloosa hyperboly $b = |BP| = 2$

Excentricita hyperboly $e = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{13}$

3. a) Směrnici tvary

asymptota \overleftrightarrow{OP} : $y = \frac{b}{a}x \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$

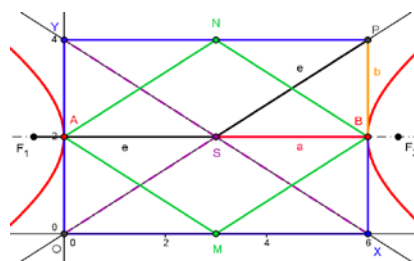
asymptota \overleftrightarrow{XY} : $y_x = -\frac{b}{a}x + q_x \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + 4$

b) Parametrické tvary

směrový vektor asymptoty \overleftrightarrow{OP} je $(6 ; 4)$: \overleftrightarrow{OP} : $x = 6 + 6t$
 $y = 4 + 4t$

směrový vektor asymptoty \overleftrightarrow{XY} je $(-6 ; 4)$: \overleftrightarrow{XY} : $x = 6 - 6s$
 $y = 4s$

c) Obecné tvary



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

normálový vektor asymptoty \vec{OP} je $(4; -6)$: $4x - 6y = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y = 0$

normálový vektor asymptoty \vec{XY} je $(4; 6)$: $4x + 6y - 24 = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 12 = 0$

4. Středová rovnice hyperboly H : $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

Obecná rovnice hyperboly H : $4x^2 - 9y^2 - 24x + 36y - 36 = 0$

Doplňkové aktivity

1. Vypočítejte délku poloos a velikost excentricity hyperboly H , jejímiž asymptotami jsou úhlopříčky obdélníku $OPXY$ a hlavní osa je rovnoběžná s osou o_y .
2. Určete souřadnice středu, vrcholů a ohnisek této hyperboly.
3. Napište středovou a obecnou rovnici hyperboly.

Je vhodné využít obrázku popř. matematického grafického software – Cabri, Geonext, Geogebra aj.
Pro výpočty využij program Mathematica, Maxima, Matlab, Maple, Derive aj.

Literatura	Archiv autora
-------------------	---------------

Obrazový materiál	dílo autora
--------------------------	-------------