

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

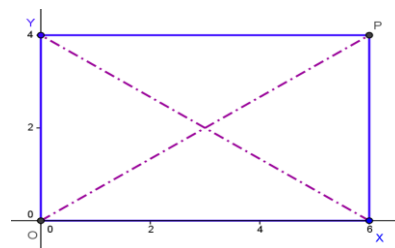
### BOD A HYPERBOLA 2 - ŘEŠENÍ

1. Délka úhlopříčky obdélníku  $OXPY$  je  $|OP| = |XY| = 2\sqrt{13}$  j.

Obvod obdélníku  $OXPY$  je  $o = 2 \cdot (|PX| + |PY|) = 20$  j.

$$\text{Výpočet: } p = \frac{2 \cdot |OP|}{o} \cdot 100 = \frac{4 \cdot \sqrt{13}}{20} \cdot 100 = \underline{\underline{34,64 \%}}$$

Obvod obdélníku  $OXPY$  je asi o 34,64 % větší než součet délek jeho úhlopříček.



2. Poloosy hyperboly jsou poloviny délek stran obdélníku  $OXPY$  :  $a = 3, b = 2$

$$\text{Výpočet excentricity: } e = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

Střed hyperboly je v průsečíku úhlopříček obdélníku  $OXPY$  :

$$S [3; 2]$$

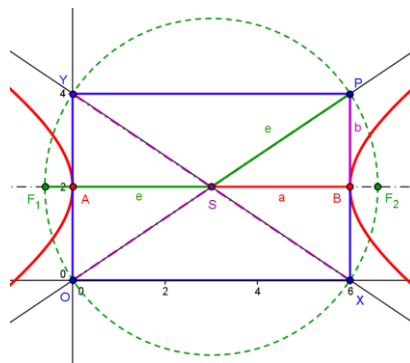
Hlavní vrcholy hyperboly leží ve středech kratších stran:

$$A [0; 2], B [6; 2]$$

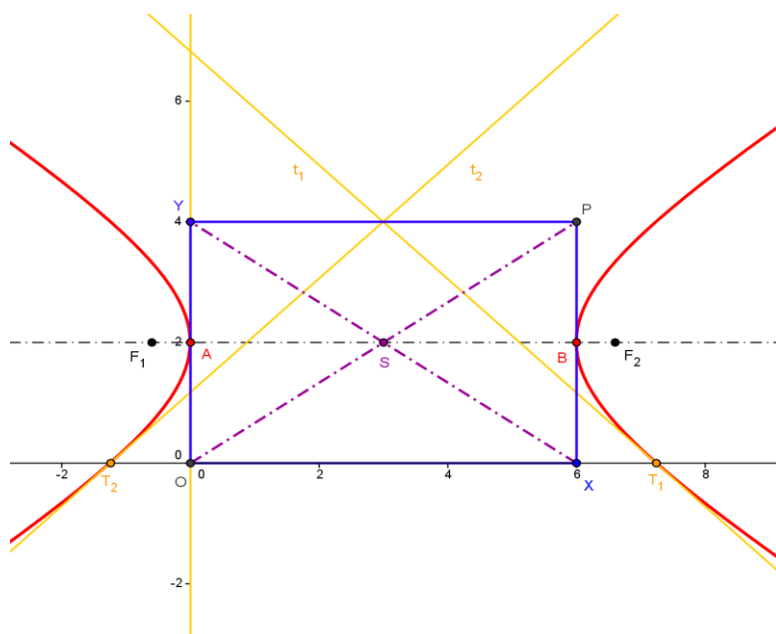
Ohniska leží na ose hyperboly souměrně k bodu  $S$

ve vzdálenostech  $e = \sqrt{13}$  :

$$F_1 [3 - \sqrt{13}; 2], F_2 [3 + \sqrt{13}; 2]$$



3. Existují tři řešení – dvě tečny procházejí průsečíkem hyperboly  $H$  s osou  $o_x$  a jedna prochází vrcholem  $A$  hyperboly  $H$  ; je to přímo osa  $o_y$  .



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\text{Osová rovnice hyperboly } H: \frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$

$$\text{Obecná rovnice } H: 4x^2 - 9y^2 - 24x + 36y - 36 = 0$$

$$\text{Průsečík hyperboly } H \text{ a osy } o_x: H \cap o_x = \{T_1; T_2\}, \quad T_1[x_1; 0], \quad T_2[x_2; 0]$$

$$4x_T^2 - 24x_T - 36 = 0 \Leftrightarrow x_T^2 - 6x_T - 9 = 0$$

$$D = 72$$

$$x_{T_{1,2}} = 3 \pm 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow T_1[3 + 3\sqrt{2}; 0], \quad T_2[3 - 3\sqrt{2}; 0]$$

$$T_1 \in t_1 \Rightarrow 4(x-3)(x_{T_1}-3) - 9(y-2)(y_{T_1}-2) = 36$$

$$T_2 \in t_2 \Rightarrow 4(x-3)(x_{T_2}-3) - 9(y-2)(y_{T_2}-2) = 36$$

Obecný tvar rovnic tečen:

$$t_1: 2\sqrt{2}x + 3y - 6(2 + \sqrt{2}) = 0$$

$$t_2: 2\sqrt{2}x - 3y + 6(2 - \sqrt{2}) = 0$$

$$t_3: x = 0$$

Směrnicový tvar rovnic tečen:

$$t_1: y = -\frac{2\sqrt{2}}{3}x + 2(2 + \sqrt{2}) \quad ; \quad t_2: y = \frac{2\sqrt{2}}{3}x + 2(2 - \sqrt{2})$$