

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TŘI ZÁHONY

Popis aktivity

Výpočet obvodu a obsahu rovnostranného trojúhelníku a čtverce.

Předpokládané znalosti

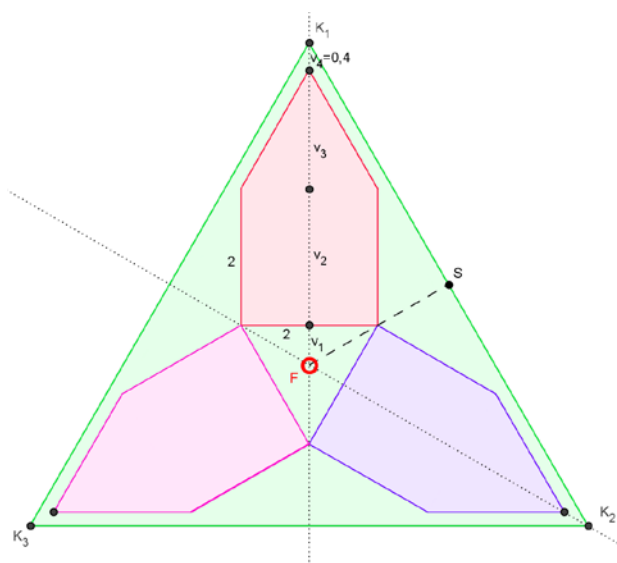
Vlastnosti rovnostranného trojúhelníku a jeho těžnic. Pythagorova věta. Goniometrie.

Potřebné pomůcky

Kalkulátor, pracovní list pro žáka

Zadání

V jedné části botanické zahrady je fontánka, která je umístěna uprostřed trávnické plochy ve tvaru rovnostranného trojúhelníku o délce strany 2 metry (viz obrázek).



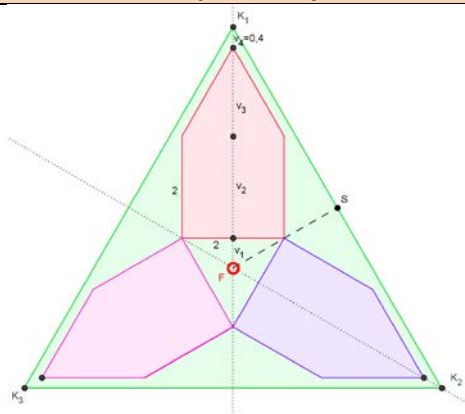
Nad každou stranou trojúhelníku je vysázen záhon květin ve tvaru čtverce, na který navazuje rovnostranný trojúhelník.

Ve vzdálenosti 40 cm od trojúhelníkového vrcholu každého záhonu směrem od fontánky se křižují pěšinky, které tvoří opět rovnostranný trojúhelník.

Úkoly:

1. Jak velká plocha tohoto prostoru je osázena květinami?
2. Jak velkou plochu vymezují pěšinky?
3. Kolik procent vymezeného prostoru trávnické plochy tvoří květiny?

Možný postup řešení, metodické poznámky



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1. Velikost plochy se záhony květin: $S_Z = 3 \cdot \left(2^2 + 2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \doteq \underline{\underline{17,196}}$

Květinami je osázena plocha asi 17,196 m².

2. V rovnostranném trojúhelníku je velikost výšky rovna velikosti těžnice a jeho těžiště (průsečík těžnic) splývá s ortocentrem (průsečíkem výšek).

Ze vztahu mezi velikostí strany a výšky v tomto trojúhelníku spočteme délku strany a potom i obsah rovnostranného trojúhelníku.

Poloha fontánky je v těžišti trojúhelníku. Vzdálenost fontánky od křižovatek $|FK|$ (daná součtem čtyř vzdáleností) je rovna dvěma třetinám velikosti těžnice většího rovnostranného trojúhelníku (vzdálenost od pěšinky je rovna jedné třetině délky této těžnice).

- a) První část v_1 je rovna vzdálenosti fontánky od čtvercového záhonu (jedna třetina délky

těžnice prostoru mezi záhony): $v_1 = \frac{a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{2^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- b) Druhá část v_2 je rovna velikosti strany čtverce: $v_2 = a = \underline{\underline{2}}$.

- c) Třetí část v_3 je rovna celé délce těžnice (výšce) rovnostranného trojúhelníku

sestrojeného nad stranou čtverce: $v_3 = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$.

- d) Čtvrtá část v_4 je rovna vzdálenosti křižovatky pěšinek K od trojúhelníkového vrcholu květinového záhonu: $v_4 = \underline{\underline{0,4}}$.

Vypočteme velikost celé těžnice (výšky):

$$\frac{2}{3}t = \frac{2}{3}v = \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 + \sqrt{3} + 0,4 = \frac{4\sqrt{3} + 7,2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{t = v = 2\sqrt{3} + 3,6}}$$

Ze vztahu mezi velikostí strany a výšky v rovnostranném trojúhelníku spočteme délku strany:

$$a = v \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = (2\sqrt{3} + 3,6) \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \doteq \underline{\underline{8,157}}$$

Výpočet obsahu prostoru omezeného třemi pěšinkami:

$$S_p = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8,157^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \doteq \underline{\underline{28,811}}$$

Velikost plochy s fontánkou mezi pěšinkami v botanické zahradě je asi 28,811 m².

Poznámka: Tuto část úlohy lze řešit např. pomocí trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku (výpočet obsahu trojúhelníku K_1FS podle věty *sus* a násobením šesti) nebo např. pomocí trigonometrie (obsah trojúhelníku K_1OK_2 podle věty *sus* a násobením třemi) atd.

3. Výpočet v procentech: $\frac{17,196}{28,811} \cdot 100 = \underline{\underline{59,69}}$.

Záhony květin tvoří asi 59,69 % z celého prostoru, který tři pěšinky v této části zahrady vymezují.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Doplňkové aktivity	
1. Žáci mohou vypočítat plochu ohraničenou trojúhelníkovými vrcholy květinových záhonů. 2. Úlohu lze obměnit např. na čtyři záhony květin s fontánkou uprostřed čtverce.	
Součásti popisu aktivity:	
Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	images.google.com ; dílo autora