

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ÚHLY V PRAVOÚHLÉM TROJÚHELNÍKU II

Popis aktivity
Sestavení a řešení goniometrické rovnice.
Předpokládané znalosti
Goniometrické funkce, goniometrické rovnice a jejich řešení
Potřebné pomůcky
Kalkulátor
Zadání
V pravoúhlém trojúhelníku ABC s přeponou c platí mezi stranami vztah $2a + 2b = c\sqrt{6}$. Urči velikosti vnitřních úhlů v tomto trojúhelníku.
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Vyjádříme odvěsny:</p> $a = c \cdot \sin \alpha$ $b = c \cdot \cos \alpha$ <p>Dosadíme do rovnice:</p> $2 \cdot c \cdot \sin \alpha + 2 \cdot c \cdot \cos \alpha = c \cdot \sqrt{6}$ <p>Rovnici upravíme:</p> $2 \cdot c \cdot \sin \alpha + 2 \cdot c \cdot (\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = c \cdot \sqrt{6}$ <p>Řešení $c = 0$ úloze nevyhovuje, zjednodušíme:</p> $2 \cdot (\pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}) = \sqrt{6} - 2 \sin \alpha$ <p>Rovnici umocníme:</p> $4(1 - \sin^2 \alpha) = 6 - 4\sqrt{6} \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha$ $4 - 4 \sin^2 \alpha = 6 - 4\sqrt{6} \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha$ $8 \sin^2 \alpha - 4\sqrt{6} \sin \alpha + 2 = 0$ <p>Substituce $\sin \alpha = t$, řešíme rovnici o neznámé t:</p> $8t^2 - 4\sqrt{6}t + 2 = 0$ $D = 96 - 64 = 32$ $\sqrt{D} = 4\sqrt{2}$ $t_{1,2} = \frac{4\sqrt{6} \pm 4\sqrt{2}}{16} = \frac{\sqrt{6} \pm \sqrt{2}}{4}$ $t_1 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \alpha = 75^\circ$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$t_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

Kontrola:

$$75^\circ + 15^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku jsou $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 75^\circ$, ($\gamma = 90^\circ$).**Doplňkové aktivity**

Viz Úhly v pravouhlém trojúhelníku I, Úhly v pravouhlém trojúhelníku III,

Literatura

Archiv autora