

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ŽIVÁ A MRTVÁ VODA

Popis aktivity

Určení rovnice paraboly ze zadání úlohy a určení souřadnic bodů, které na parabole leží.

Předpokládané znalosti

Definice paraboly, význam parametru paraboly.

Potřebné pomůcky

Kalkulátor, pracovní list pro žáka

Zadání

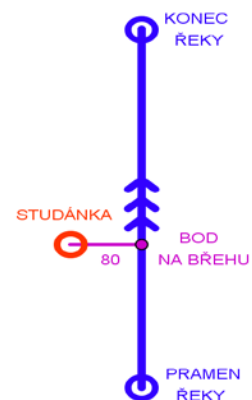
Živá a mrtvá voda

Na pohádkovém místě je studánka s mrtvou vodou. Východním směrem od ní vede kolmo k řece s živou vodou 80 metrů dlouhá pěšinka. Z tohoto místa na břehu řeky je jižním směrem její pramen ve vzdálenosti 200 metrů a směrem severním, tedy po proudu, ve vzdálenosti 300 metrů se řeka ztrácí v podzemí.

Navrhnete tvar stezky, z níž by v každém jejím místě bylo stejně daleko ke studánce jako k řece.

Úkoly

1. Jaký tvar má tato hledaná cesta?
2. Napište rovnici křivky, na níž část cestičky leží.
3. Jak daleko od řeky, a tedy stejně i od studny, jsou nejvzdálenější místa cesty na jihu a severu řeky?



Možný postup řešení, metodické poznámky

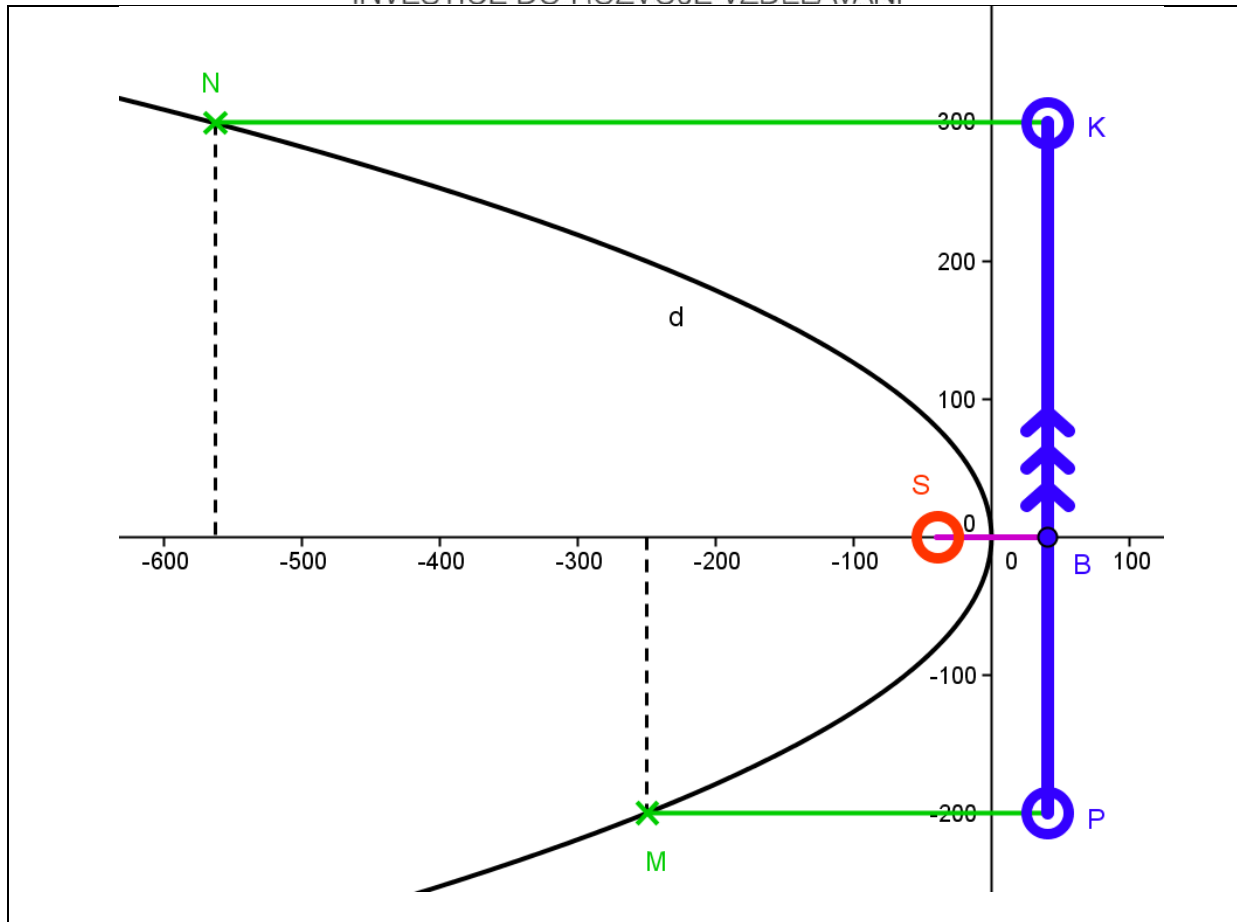
1. Podle podmínek úlohy bude mít cestička tvar části paraboly. Jedná se o množinu bodů stejně vzdálených od daného bodu (studny) a přímky (řeky), která tímto bodem neprochází.
2. Vrchol paraboly je uprostřed pěšinky vedoucí od studny přímo k řece a umístíme ho do bodu $[0; 0]$ soustavy souřadnic.
Studna bude ohniskem paraboly a řeka bude částí řídicí přímky. Parametr p v rovnici paraboly je proto roven délce pěšinky (vzdálenosti studny od řeky); tedy $p = 80$.
Podle podmínek úlohy jde o parabolu s rovnicí typu $y^2 = -2px$, tedy $y^2 = -160x$.
3. Je třeba vypočítat souřadnice dvou bodů, např. N (na severu) a M (na jihu) ležících na parabole, u nichž jednu souřadnici již známe:

$$300^2 = -160x_N \Rightarrow x_N = -562,5$$

$$(-200)^2 = -160x_M \Rightarrow x_M = -250$$

Vzhledem k umístění vrcholu paraboly je bod N vzdálen od řeky 602,5 metru a bod M je vzdálen 290 metrů.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Doplňkové aktivity

1. Jak daleko od sebe jsou místa M , N na této cestě?
2. Jak daleko jsou tato místa od konce pěšinky hned u řeky?
3. Žáci mohou hledat další vzdálenosti dvou i více bodů z obrázku.

Součástí popisu aktivity:

Literatura Archiv autora

Obrazový materiál Dílo autora