

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

CHODÍ PEŠEK OKOLO - ŘEŠENÍ

Pešek se pohybuje po přeponách podobných pravoúhlých trojúhelníků, které se stále zmenšují.

Koeficient podobnosti je $q = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

Z Pythagorovy věty plyne, že první úsek je dlouhý 20 metrů.

Pešek chodí tak dlouho, dokud se výška trojúhelníku nezkrátí alespoň na 1 metr. Výšku trojúhelníku můžeme vypočítat ze vzorce pro obsah.

V prvním pravoúhlém trojúhelníku platí: $S = \frac{12 \cdot 16}{2} \text{ m}^2$, zároveň však $S = \frac{20 \cdot v_1}{2} = 10v_1$.

Porovnáním obou vztahů dostáváme $v_1 = 9,6 \text{ m}$.

Protože se jedná o podobné trojúhelníky s koeficientem podobnosti $q = \frac{3}{4}$, musí být výšky

$v_1, v_2 = \frac{3}{4}v_1, v_3 = \frac{3}{4}v_2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}v_1, \dots$ těchto trojúhelníků členy geometrické posloupnosti s kvocientem

$q = \frac{3}{4}$. Podle podmínky úlohy musí pro n -tý člen této posloupnosti (tedy příslušnou výšku) platit:

$$9,6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \leq 1, \text{ tedy } (n-1)\log\frac{3}{4} \leq -\log 9,6$$

$$n \geq 1 - \frac{\log 9,6}{\log 0,75} \doteq 8,9$$

Pešek se tedy přiblíží v devátém úseku.

Devátý úsek zdaleka neujde celý, stačí, když dojde k průsečíku přepony a kružnice, která má poloměr 1 metr a střed na křižovatce.

Délka devátého úseku v metrech je:

$$20 \cdot 0,75^8 \doteq 2,0$$

Pešek ujde zhruba polovinu posledního úseku. (Přesný výpočet lze provést analyticky.)

Celková délka předchozích 8 úseků v metrech je:

$$20 \cdot \frac{1-0,75^8}{1-0,75} \doteq 71,99$$

Pešek ujde trasu dlouhou asi 73 metrů.

