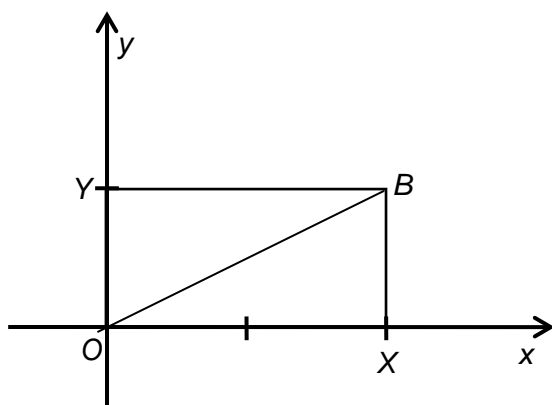


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KDO HLEDÁ, NAJDE - ŘEŠENÍ

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou na osách umístěny body X a Y tak, že platí:

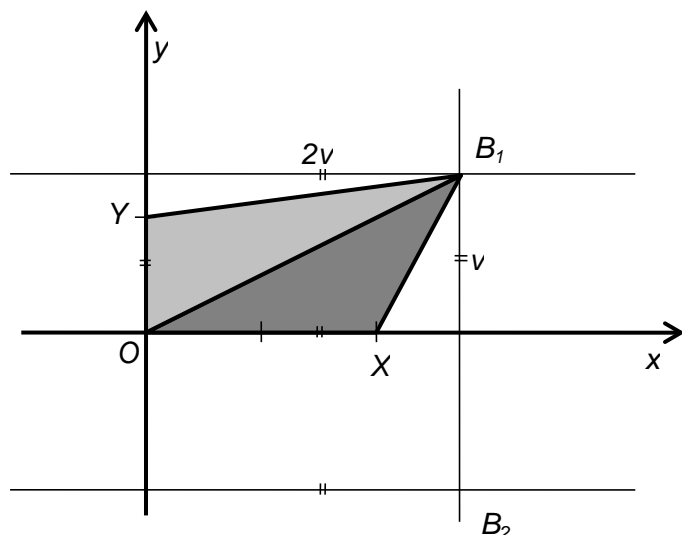
$$|OX| = 2|OY|$$



V rovině hledáme společný vrchol B trojúhelníků OXB a OYB tak, aby měly oba trojúhelníky stejný obsah.

a) Dokažte, že jedním z hledaných bodů je vrchol B obdélníku $OXBY$.
Úhlopříčka OB půlí obdélník. Oba trojúhelníky jsou tedy shodné.

b) Najděte další dva body B_1 a B_2 s výše uvedenou vlastností.



Poměr velikostí výšek v obou hledaných trojúhelnících musí být $1:2$, tedy opačný k poměru délek příslušných podstav trojúhelníku, neboť součin délky podstavy a výšky musí být v obou trojúhelnících shodný. Velikost výšky v trojúhelníku OXB volíme libovolně, výška v druhém trojúhelníku je dvojnásobná. Vrchol B pak leží na průsečíku rovnoběžek se základnami (s osami souřadnic). Rovnoběžky jsou od základen ve vzdálenosti v , resp. $2v$.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

c) Najděte všechna řešení.

Platí, že vzdálenost bodu B od osy y je dvojnásobkem vzdálenosti od osy x . Jedná se o přímou úměrnost, jejímž grafem je přímka procházející počátkem. Nevyhovuje pouze bod O (nejednalo by se o trojúhelník).

Hledanou množinou jsou tedy dvě přímky bez bodu O , které procházejí počátkem a vrcholem B obdélníku $OXBY$.

d) Nalezenou množinu vyjádřete analyticky.

Vrchol B má souřadnice $[\pm 2v; \pm v]$, tedy platí $y = \pm \frac{1}{2}x$.