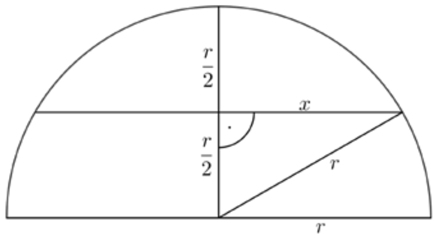
GENIÁLNÍ SIMPSON (NIKOLIV BART) - ŘEŠENÍ

1. **Krychle:** V krychli o hraně a je $v = a$, $S_1 = S_2 = S_3 = a^2$, tedy
   $V = \frac{a}{6}\left(a^2 + 4a^2 + a^2\right) = \frac{a}{6} \cdot 6a^2 = a^3$

   Kvádr: V kvádru s hranami délek a, b, c je $v = c$ a $S_1 = S_2 = S_3 = ab$. Po dosazení do Simpsonova vzorce dostaneme $V = \frac{c}{6}\left(ab + 4ab + ab\right) = \frac{c}{6} \cdot 6ab = abc$

   Jehlan: U jehlanu platí, že mnohoúhelník podstavy a mnohoúhelník řezu jsou útvary podobné s koeficientem podobnosti $k = \frac{1}{2}$, proto $S_2 = k^2 \cdot S_1 = \frac{1}{4} \cdot S_1$ a $S_3 = 0$. Tedy podle vzorce $V = \frac{v}{6}\left(S_1 + 4 \cdot \frac{1}{4} S_1 + 0_3\right) = \frac{v}{6} \cdot 2S_1 = \frac{1}{3} S_1 \cdot v$, což je známý vzorec pro objem jehlanu.

   Koule: U koule můžeme postupovat dvěma způsoby. Buď položíme $v = 2r, S_1 = S_3 = 0$ a $S_2 = \pi r^2$, kde r je poloměr koule a po dosazení do vzorce dostaneme hned $V = \frac{2r}{6}\left(0 + 4\pi r^2 + 0\right) = \frac{4}{3}\pi r^3$ nebo můžeme počítat dvojnásobek objemu polokoule, kde $v = r, S_1 = \pi r^2$, $S_3 = 0$ a $S_2 = \pi x^2$, kde $x^2 = r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} r^2$ (viz obr.).



   Pak $V = 2 \cdot \frac{r}{6}\left(\pi r^2 + 4\pi x^2 + 0\right) = 2 \cdot \frac{r}{6}\left(\pi r^2 + 4\pi \cdot \frac{3}{4} r^2\right) = \frac{4}{3}\pi r^3$

2. **Trojúhelník:** V trojúhelníku s výškou v_a na stranu a bude $a_1 = a$, $a_2 = \frac{a}{2}$ (délka střední příčky), $a_3 = 0$ a po dosazení do vzorce $S = \frac{v_a}{6}\left(a + 4 \cdot \frac{a}{2} + 0\right) = \frac{a \cdot v_a}{2}$.

   Rovnoběžník: Pro rovnoběžník je $a_1 = a_2 = a_3 = a$, proto
   $S = \frac{v}{6}\left(a + 4a + a\right) = \frac{v}{6} \cdot 6a = a \cdot v$

   Lichoběžník: V lichoběžníku je délka střední příčky rovna aritmetickému průměru základen, tedy $a_1 = a, a_2 = \dfrac{a+c}{2}, a_3 = c$ a dosazením do Simpsonova vzorce dostáváme opět známý vzorec pro obsah lichoběžníka.

$$S = \frac{v}{6}\left(a + 4\cdot\frac{a+c}{2} + c\right) = \frac{v}{6}\cdot(a + 2a + 2c + c) = \frac{v}{6}\cdot(3a + 3c) = \frac{(a+c)\cdot v}{2}$$