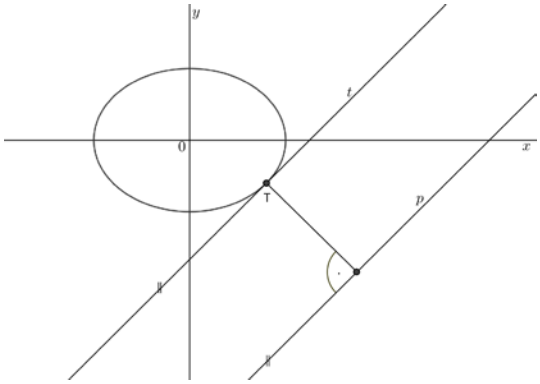
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JAK JE DALEKO K BAZÉNU? - ŘEŠENÍ

Můžeme si znovu znázornit situaci v soustavě souřadnic. Hledané místo pro vchod do areálu je dotykovým bodem tečny t elipsy, která je rovnoběžná s danou přímkou p. Délka odbočky, kterou máme zjistit, je pak rovna vzdálenosti bodu T od přímky p.



Rovnice tečny t, která je rovnoběžná s přímkou p je $x-y+c=0$ (rovnoběžné přímky mají stejný směrový, tedy i normálový vektor). Protože tečna elipsy je přímka, která má s elipsou jediný společný bod, musí mít soustava rovnic

$$9x^2+16y^2-9216=0$$

$$x-y+c=0$$

se dvěma neznámými x, y a parametrem c právě jedno řešení. Soustavu budeme řešit metodou dosazovací – z lineární rovnice vyjádříme např. neznámou y a dosadíme do rovnice elipsy. Dostaneme $y=x+c$ a po dosazení

$$9x^2+16\left(x+c\right)^2-9216=0$$

$$9x^2+16\left(x^2+2xc+c^2\right)-9216=0$$

$$25x^2+32xc+16c^2-9216=0$$

Poslední rovnice je kvadratická rovnice s neznámou x a parametrem c. Protože soustava má mít jediné řešení, musí mít i kvadratická rovnice právě jedno řešení a to nastane právě když diskriminant kvadratické rovnice bude roven nule. V našem případě $D=32^2c^2-4\cdot 25\cdot\left(16c^2-9216\right)=0$.

Úpravami této rovnice s neznámou c dostáváme

$$576c^2=100\cdot 9216$$

$$|c|=\frac{10\cdot 96}{24}$$

$$|c|=40$$

Poslední rovnice má dvě řešení, existují tedy dvě tečny rovnoběžné s danou přímkou.

$$t: y=x-40 \Rightarrow x-y-40=0$$

$$t': y=x+40 \Rightarrow x-y+40=0$$

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá.
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Společný bod T tečny t a elipsy má souřadnici $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ (protože $D = 0$), tedy v našem případě pro $c = -40$ je $x_0 = \dfrac{-32 \cdot (-40)}{2 \cdot 25} = \dfrac{128}{5} = 25,6$ a $y_0 = x_0 - 40 = 25,6 - 40 = 14,4$,

$T[25,6; -14,4]$.

Pro tečnu t' ($c = 40$) pak $T'[-25,6; 14,4]$.

Vzdálenost bodu T od přímky p vypočteme podle vzorce $|T, p| = \dfrac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, kde a, b, c jsou koeficienty z rovnice přímky a x_0, y_0 jsou souřadnice bodu T.

V našem případě

$$|T, p| = \frac{|25,6 + 14,4 - 100|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{60}{\sqrt{2}} = 30 \cdot \sqrt{2}, |T', p| = \frac{|-25,6 - 14,4 - 100|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{140}{\sqrt{2}} = 70 \cdot \sqrt{2}.$$

Protože $30\sqrt{2} < 70\sqrt{2}$, je hledaným bodem pro vchod do areálu bod T a hledaná vzdálenost $30\sqrt{2}\ \mathrm{m}$, tedy asi 42,5 m.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá.
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.