

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KDO SE V TOM MÁ VYZNAT

Popis aktivity
Rozlišování typických i méně obvyklých kombinatorických skupin a určování jejich počtu.
Předpokládané znalosti
Pravidlo součinu, kombinace, permutace
Zadání
<ol style="list-style-type: none"> Kolika různými způsoby je možné rozdělit 4 děti do dvou dvojic? Kolika různými způsoby lze vybrat jednu dvojici ze 4 sportovců? Kolika různými způsoby je možné ze dvou tanečníků a dvou tanečnic vybrat jeden taneční pár? Kolika různými způsoby se mohou rozdělit 4 osoby do dvou stejně početných družstev (např. na tenisovou čtyřhru, na debla, na nohejbal)? Kolika různými způsoby se mohou spárovat v tanečních dvě tanečnice a dva tanečníci? Kolika různými způsoby je možné rozdělit 6 děti do tří dvojic? Kolik různými způsoby lze vybrat jednu dvojici ze 6 sportovců? Kolika různými způsoby je možné ze tří tanečníků a tří tanečnic vybrat jeden taneční pár? Kolika různými způsoby se může rozdělit 6 osob do dvou stejně početných družstev (např. na volejbal, na nohejbal)? Kolika různými způsoby se může rozdělit 6 osob do tří stejně početných družstev (např. na volejbal, na nohejbal)? Kolika různými způsoby se mohou spárovat v tanečních tři tanečnice a tři tanečníci? Kolika různými způsoby se mohou vybrat ze 7 cvičenek tři dvojice cvičenek na pódiovou skladbu? Kolika různými způsoby se mohou vybrat ze 7 chlapců a 8 dívek tři páry na pódiovou skladbu? Kolika různými způsoby se mohou vybrat z 15 cvičenek tři dvojice cvičenek na pódiovou skladbu?
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Procvičení rozlišování typických i méně obvyklých kombinatorických skupin a určování jejich počtu. U většiny výpočtů se užívá kombinačních čísel, nicméně dané skupiny většinou nejsou prosté kombinace. Pracuje se s relativně malými skupinami, aby si žáci dokázali některé situace ověřit i prostým výčtem prvků. Úlohy je možné řešit jiným způsobem, ale výsledky se musí shodovat.</p> <ol style="list-style-type: none"> Kolika různými způsoby je možné rozdělit 4 děti do dvou dvojic? Třemi. K prvnímu dítěti je možné přiřadit kterékoli dítě ze tří zbývajících. Druhá dvojice zbude. Kolik různými způsoby lze vybrat jednu dvojici ze 4 sportovců? $\binom{4}{2} = 6$ Nezáleží na pořadí ve dvojici. Kolika různými způsoby je možné ze dvou tanečníků a dvou tanečnic vybrat jeden taneční pár?

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Čtyřmi.

K jednomu ze dvou tanečnicků vybíráme jednu ze dvou tanečnic.

4. Kolika různými způsoby se mohou rozdělit 4 osoby do dvou stejně početných družstev (např. na tenisovou čtyřhru, na debla, na nohejbal)?

Třemi

Viz úloha 1.

5. Kolika různými způsoby se mohou spárovat v tanečních dvě tanečnice a dva tanečníci?

Dvěma

Jeden tanečník si vybírá jednu ze dvou tanečnic, na druhého zbude jedna tanečnice.

6. Kolika různými způsoby je možné rozdělit 6 děti do tří dvojic?

$$5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$$

Jedno dítě si vybírá jedno z 5 zbývajících dětí. Ze zbývajících čtveřice si jedno dítě vybere partnera ze zbývajících tří dětí a zbude poslední dvojice.

$$\text{nebo } \frac{1}{3!} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 15$$

Vybírá se první, druhá a třetí dvojice. Označíme-li tři disjunktní dvojice symboly A, B, C, pak v uvedeném výběru jsou zastoupeny tyto dvojice ve všech možných pořadích, proto je správný výsledek 3!krát menší.

7. Kolik různými způsoby lze vybrat jednu dvojici ze 6 sportovců?

$$\binom{6}{2} = 15$$

Nezáleží na pořadí sportovců ve dvojici.

8. Kolika různými způsoby je možné ze tří tanečnicků a tří tanečnic vybrat jeden taneční pár?

$$3 \cdot 3 = 9$$

K jednomu ze tří tanečnicků vybíráme jednu ze tří tanečnic.

9. Kolika různými způsoby se může rozdělit 6 osob do dvou stejně početných družstev (např. na volejbal, na nohejbal)?

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{3} = \binom{5}{2} \cdot \binom{2}{2} = 10 = \frac{1}{2} \cdot \binom{6}{3}$$

Viz úloha 6. Jedna osoba si k sobě do družstva vybírá dvojici, druhá trojice zbude, resp. jeden ze zbývajících trojice si může vybrat dvojici jen ze dvou zbývajících osob. Nebo se vybere jedna trojice, čímž je určena i druhá trojice. Kterákoli trojice však mohla být vybrána jako první nebo mohla zbýt, tedy každá dvojice družstev je v tomto výběru zastoupena dvakrát.

10. Kolika různými způsoby se může rozdělit 6 osob do tří stejně početných družstev (např. na volejbal, na nohejbal)?

$$\frac{1}{3!} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 15 = \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{1}{1} = 5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$$

Viz úloha 6.

11. Kolika různými způsoby se mohou spárovat v tanečních tři tanečnice a tři tanečníci?

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$3 \cdot 2 = 6$$

První chlapec si může vybrat ze tří tanečnic, druhý jen ze dvou a na třetího zbyla jedna.

12. Kolika různými způsoby se mohou vybrat ze 7 cvičenek tři dvojice cvičenek na pódiovou skladbu?

$$7 \cdot (5 \cdot 3) = 6$$

Vyřadí se jedna cvičenka a jedna ze zbývajících šesti si k sobě vybírá jednu z dalších pěti vybraných cvičenek a podobně ze čtveřice si jedna vybere jednu partnerku ze zbývajících tří cvičenek a poslední dvojice zůstane.

13. Kolika různými způsoby se mohou vybrat ze 7 chlapců a 8 dívek tři páry na pódiovou skladbu?

$$\binom{7}{3} \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = \binom{7}{4} \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30 \cdot 336 = 10\,080$$

Vybere se trojice chlapců a ti si postupně vyberou po jedné dívce, resp. vyřadí se čtveřice chlapců a tři zbylí chlapci si postupně vyberou po jedné dívce.

14. Kolika různými způsoby se mohou vybrat z 15 cvičenek tři dvojice cvičenek na pódiovou skladbu?

$$\binom{15}{6} \cdot 5 \cdot 3 = 5\,005 \cdot 15 = 75\,075$$

Vybere se šestice pro skladbu, a ta se dále rozdělí na tři dvojice.

Doplňkové aktivity

Žáci mohou vymyslet podobné úlohy.