evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DÍVEJ SE A UVIDÍŠ 3

Popis aktivity

Práce s přirozenými čísly, obecné zápisy násobků čísel a čísel, která dávají při dělení zbytek.

Předpokládané znalosti

Operace s přirozenými čísly

Zadání

	2	3	5	7	11	13	17	19	23	
1										
2	■									
3		╳								
4	╳									
5			■							
6	■	■								
7				■						
8	╳									
9		╳								
10	■		■							
11					■					
12	╳	■								
13						■				
14	■			■						
15		╳	■							
16	╳									
17							■			
18	■	■								
19								■		
20	╳		■							
21		╳		■						
22	■				■					
23									■	
24	╳	■								
25			■							
26	■					■				
...										

V jednotlivých sloupcích tabulky jsou vyznačena pole s násobky dvou, tří, pěti a dalších prvočísel.
Které řádky tabulky vyjadřují následující zápisy?

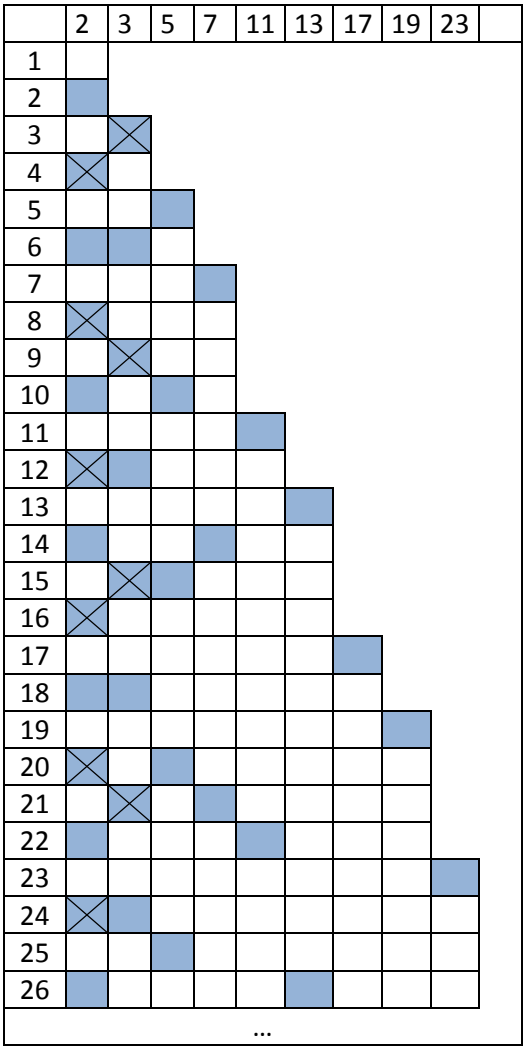
1. $3n$, kde $n \in \mathbf{N}$
2. $2n - 1$, kde $n \in \mathbf{N}$
3. $6n$, kde $n \in \mathbf{N}$
4. $6n + 1$, kde $n \in \mathbf{N}$
5. $3n + z$, kde $n \in \mathbf{N}, z \in \{1;\ 2\}$
6. $5n$, kde $n \in \mathbf{N}$

Jak lze zapsat obecně čísla řádků:

7. s křížky v prvním sloupci?
8. s křížky ve druhém sloupci?
9. s bílými poli ve třetím sloupci?
10. s křížky současně v prvním i druhém sloupci?

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Možný postup řešení, metodické poznámky



V jednotlivých sloupcích tabulky jsou vyznačena pole s násobky dvou, tří, pěti a dalších prvočísel.

Které řádky tabulky vyjadřují následující zápisy?

1. $3n$, kde $n \in \mathbf{N}$
Násobky tří, resp. čísla dělitelná třemi, tj. $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$. Na tomto řádku je ve druhém sloupci tmavé pole.

2. $2n - 1$, kde $n \in \mathbf{N}$
Lichá čísla, tj. $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$. Na tomto řádku je v prvním sloupci bílé pole.

3. $6n$, kde $n \in \mathbf{N}$
Násobky 6, tj. $\{6, 12, 18, \dots\}$. Na tomto řádku jsou vedle sebe ve druhém i třetím sloupci tmavá pole – jde současně o násobky dvou a tří.

4. $6n + 1$, kde $n \in \mathbf{N}$
Čísla větší než 6, která dávají při dělení šesti zbytek 1, tj. $\{7, 13, 19, \dots\}$. V předchozím řádku jsou vedle sebe ve druhém i třetím sloupci tmavá pole.

5. $3n + z$, kde $n \in \mathbf{N}, z \in \{1;\ 2\}$
Čísla větší než 3, která dávají při dělení třemi nenulový zbytek (1 nebo 2), tj. čísla, která nejsou násobky tří, resp. nejsou dělitelná třemi. Na tomto řádku je ve druhém sloupci bílé pole.

6. $5n$, kde $n \in \mathbf{N}$
Násobky pěti, resp. čísla dělitelná pěti, tj. $\{5, 10, 15, \dots\}$. Na tomto řádku je ve třetím sloupci tmavé pole.

7. Čísla řádků s křížky v prvním sloupci jsou násobky čtyř, tedy $4n$, kde $n \in \mathbf{N}$.

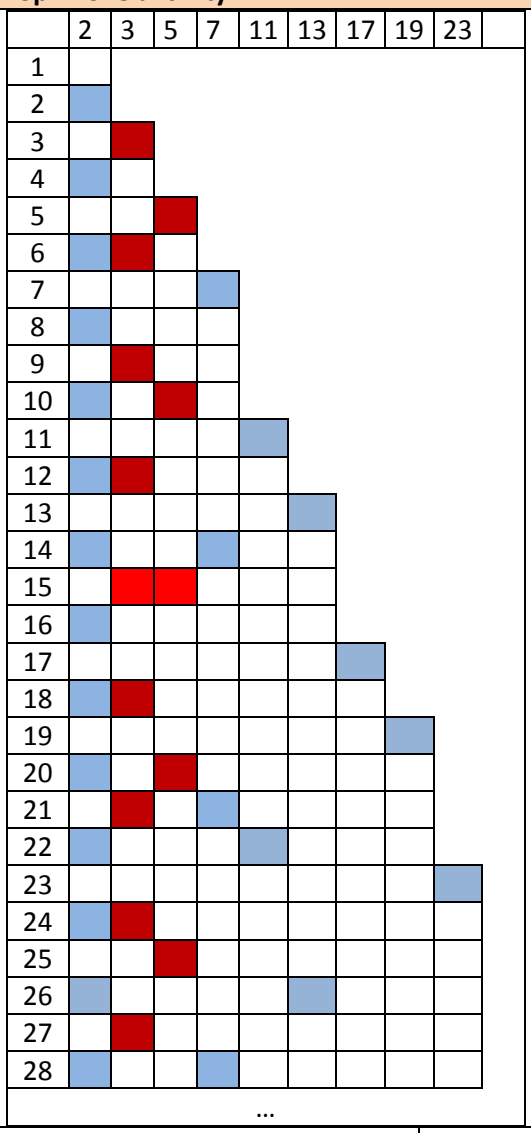
8. Čísla řádků s křížky ve druhém sloupci při dělení šesti dávají zbytek tři, tedy $6n + 3$, kde $n \in \mathbf{N}_0$

9. Čísla řádků s bílými poli ve třetím sloupci jsou větší než pět a nejsou dělitelná pěti tedy $5n + z$, kde $n \in \mathbf{N}, z \in \{1,\ 2, 3, 4\}$

10. Čísla s křížky současně v prvním i druhém sloupci neexistují, neboť by musela být současně sudá i lichá.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

Doplňkové aktivity



1. Vybarvíme-li násobky 3 a 5 od prvního do 15. řádku a poté ještě v dalších 12 řádcích, získáme souměrný útvar, jehož osou souměrnosti je 15. řádek. Proč?

2. Libovolných 15 po sobě jdoucích řádků s obarvenými násobky 3 a 5 tvoří periodu, která se pravidelně opakuje.

3. Jaké vlastnosti lze vysledovat ve dvou jiných sloupcích, např. ve sloupcích s násobky 2 a 7, resp. ve třech sloupcích s násobky 2, 3 a 5?

Řešení:

1. Nejmenší společný násobek čísel 3 a 5 je 15. Od čísla 15, je stejně vzdálen nejbližší vyšší násobek pěti a nejbližší nižší násobek pěti, tedy dvojnásobek a čtyřnásobek pěti (jedná se o posunutí o 5 od čísla 15 v obou směrech), rovněž jsou od čísla 15 stejně vzdáleny jednonásobek a pětinásobek čísla 5 (posunutí o 10 v obou směrech). Od čísla 15 se lze posouvat v obou směrech i o násobky tří.

2. Libovolný násobek čísla 15 (např. 0, 15, 30, 45 apod.) je dělitelný 3 i 5, tedy vybarvená pole stojí vedle sebe. Mezi čísly 0 a 15, 15 a 30, 30 a 45 atd. jsou násobky 3 i 5 rovnoměrně rozmístěny.

3. Nejmenší společný násobek 2 a 7 je 14. Řádek 14 tedy tvoří osu souměrnosti pro násobky 2 a 7 v intervalu od 1 do a 27. Periodou pro rozmístění násobků 2 a 7 v prvním a čtvrtém sloupci je rovněž číslo 14. Pro čísla 2, 3 a 5 tvoří magickou hranici opět nejmenší společný násobek těchto čísel, tedy číslo 30.

Obrazový materiál	Dílo autora

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.