

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ELFOVÉ SI VAŘÍ VEČEŘI

Popis aktivity

Na jednoduchém problému úloha procvičuje objem kuželu.

Předpokládané znalosti

Kužel, objem, podobnost trojúhelníků

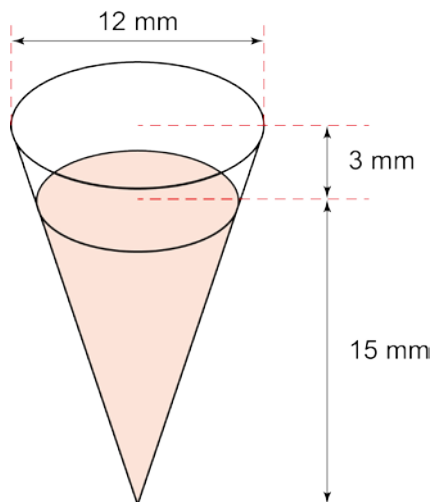
Potřebné pomůcky

rýsovací potřeby

Zadání

Elfové si vaří večeři. Měsíčním paprskem jemně zahřívají tenkostěnný křišťálový flakónek, ve kterém je smíchána půlnoční rosa s nektarem z květů ibišku. Každý elf potřebuje ke svému nasycení jednu větší kapku tohoto nápoje, tedy asi 0,1 ml.

Flakónek má tvar kuželu s vrcholem otočeným dolů, výška hladiny nápoje je 15 mm od vrcholu kuželu. Rozměry jsou na obrázku:



Pro kolik elfů večeře vystačí?

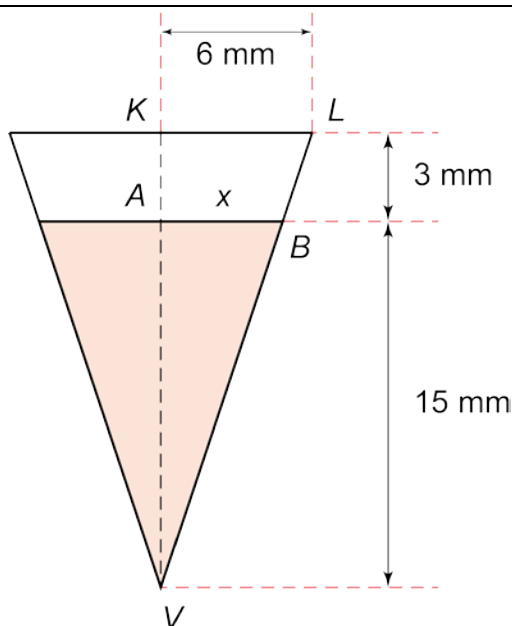
Možný postup řešení, metodické poznámky

Je třeba vypočítat objem kuželu. Vyjdeme ze vzorce:

$$V_k = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v$$

Pro výpočet potřebujeme znát výšku v kuželu a poloměr r jeho podstavy. Výšku máme zadánu, poloměr podstavy ovšem nikoli. Známe však výšku hladiny a poloměr podstavy celého flakónku, tedy většího kuželu. Pomůže podobnost trojúhelníků:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Trojúhelníky VAB a VKL jsou podobné. Poměr podobnosti je dán poměrem délek odpovídajících si stran, v našem případě známe délky stran VA a VK , pro výpočet neznámé délky $x = |AB|$ použijeme odpovídající stranu většího trojúhelníku, stranu KL :

$$p = \frac{|VA|}{|VK|} = \frac{|AB|}{|KL|}$$

Znamé hodnoty dosadíme:

$$\begin{aligned} \frac{|VA|}{|VK|} &= \frac{|AB|}{|KL|} \\ \frac{15}{18} &= \frac{x}{6} & | \cdot 6 \\ \frac{15}{3} &= x \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Můžeme vypočítat objem menšího kuželu, tedy objem připravovaného nápoje:

$$V_k = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 15 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot 15 = \pi \cdot 25 \cdot 5 = 625\pi \approx 1965,5$$

Objem nápoje je přibližně $1962,5 \text{ mm}^3$.

Každý elf potřebuje $0,1 \text{ ml}$, což je 100 mm^3 , navečeří se tedy 19 elfů.

Doporučujeme obrázky promítnout dataprojektorem.

Doplňkové aktivity

S aktivitou souvisejí aktivity Hobiti si vaří večeři, Trpaslíci si vaří večeři, Trollové si vaří večeři a Skřeti si vaří večeři. Jde o jednoduché úlohy na výpočet objemu dalších rotačních těles.

Obrazový materiál

Dílo autora