

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

POZORUHODNÉ MOLEKULY

Popis aktivity

Výpočet velikosti úhlu v tetraedru.

Předpokládané znalosti

Pravidelný čtyřstěn, těžiště čtyřstěnu, Pythagorova věta, goniometrické funkce v pravouhlém trojúhelníku, kosinová věta

Potřebné pomůcky

Kalkulátor

Zadání



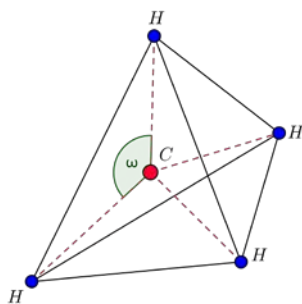
Již na konci 19. stol. se přišlo na to, že prostorové uspořádání atomů v molekulách hraje významnou roli při určování vlastností sloučenin. Obor, který se zabývá prostorovou stavbou molekul, se nazývá stereochemie.

Nejjednodušším uhlovodíkem je metan – také známý jako bahenní plyn. Je to bezbarvý plyn s chemickým vzorcem CH_4 , který se získává ze zemního plynu a slouží k výrobě rozpouštědel, sazí, acetylenu a také se používá jako palivo.

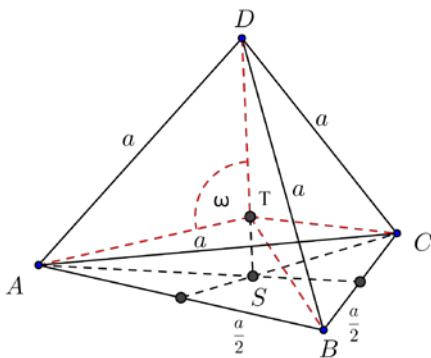
Z geometrického pohledu má molekula metanu tvar pravidelného čtyřstěnu (hybridizace sp^3), v jehož těžišti je uhlíkový atom a vodíkové atomy se nacházejí v jeho vrcholech. Vypočítejte velikost tzv. vazebného úhlu metanu – tj. úhlu, který svírají jednotlivé vazby.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Z náčrtku plyne, že máme určit velikost úhlu, který svírají spojnice vrcholů čtyřstěnu s těžištěm.



Načrtneme si obrázek znovu a provedeme geometrické označení.



Těžiště čtyřstěnu je průsečík těžnic a platí (dá se ukázat jako samostatná část úkolu), že jeho vzdálenost od těžiště kterékoliv stěny je $\frac{1}{4}$ délky celé těžnice (výšky v)

čtyřstěnu. Tedy $|TS| = \frac{1}{4}|SD| = \frac{1}{4}v$. Protože se jedná o pravidelný čtyřstěn, jsou jeho stěny rovnostranné trojúhelníky. Bod S je těžiště rovnostranného trojúhelníka

ABC , proto $|AS| = \frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ (kde $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ je

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

velikost výšky v rovnostranném trojúhelníku o straně a). Pak

$$v = |DS| = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = a \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Nyní můžeme určit vzdálenost těžiště T od

vrcholu čtyřstěnu. V pravouhlém trojúhelníku AST s pravým úhlem při vrcholu S je

$$|AT| = \sqrt{|AS|^2 + |ST|^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}v\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{24}} = \sqrt{\frac{9a^2}{24}} = \sqrt{\frac{3a^2}{8}}$$

Trojúhelník ATD je rovnoramenný, mohli bychom spočítat velikost úhlu $\frac{\omega}{2}$ pomocí goniometrické funkce v pravouhlém trojúhelníku, nebo vypočteme přímo velikost hledaného úhlu ω pomocí kosinové věty.

V trojúhelníku ATD platí:

$$|AD|^2 = \frac{|AT|^2 + |TD|^2}{2} - 2 \cdot |AT| \cdot |TD| \cdot \cos \omega \Rightarrow \cos \omega = \frac{|AT|^2 + |TD|^2 - |AD|^2}{2 \cdot |AT| \cdot |TD|}.$$

Po dosazení

$$\cos \omega = \frac{\frac{3a^2}{8} + \frac{3a^2}{8} - a^2}{2 \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{8}} \cdot \sqrt{\frac{3a^2}{8}}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \omega \doteq 109^{\circ}28'$$

Vazebný úhel v molekule metanu má tedy velikost asi $109^{\circ}28'$.

Doplňkové aktivity

Žákům můžeme dát za úkol odvodit používaný vztah pro těžiště čtyřstěnu.

Přesahy a vazby

Chemie

Obrazový materiál

<http://office.microsoft.com/cs-cz/images/similar.aspx#ai:MC900186164>

Dílo autora