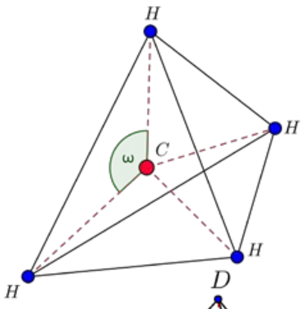
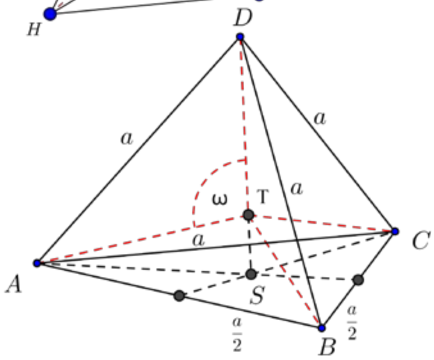
POZORUHODNÉ MOLEKULY - ŘEŠENÍ



Z náčrtku plyne, že máme určit velikost úhlu, který svírají spojnice vrcholů čtyřstěnu s těžištěm.



Načrtneme si obrázek znovu a provedeme geometrické označení.

Těžiště čtyřstěnu je průsečík těžnic a platí (dá se ukázat jako samostatná část úkolu), že jeho vzdálenost od těžiště kterékoliv stěny je $\frac{1}{4}$ délky celé těžnice (výšky v) čtyřstěnu. Tedy $|TS| = \frac{1}{4}|SD| = \frac{1}{4}v$. Protože se jedná o pravidelný čtyřstěn, jsou jeho stěny rovnostranné trojúhelníky. Bod S je těžiště rovnostranného trojúhelníka ABC, proto $|AS| = \frac{2}{3}\cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ (kde $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ je velikost výšky v rovnostranném trojúhelníku o straně *a*). Pak $v = |DS| = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = a\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}$. Nyní můžeme určit vzdálenost těžiště T od vrcholu čtyřstěnu. V pravoúhlém trojúhelníku AST s pravým úhlem při vrcholu S je

$$|AT| = \sqrt{|AS|^2 + |ST|^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}v\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{24}} = \sqrt{\frac{9a^2}{24}} = \sqrt{\frac{3a^2}{8}}$$

Trojúhelník ATD je rovnoramenný, mohli bychom spočítat velikost úhlu $\frac{\omega}{2}$ pomocí goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku, nebo vypočteme přímo velikost hledaného úhlu ω pomocí kosinové věty.

V trojúhelníku ATD platí:

$$|AD|^2 = \frac{|AT|^2 + |TD|^2}{} - 2\cdot|AT|\cdot|TD|\cdot\cos\omega \Rightarrow \cos\omega = \frac{|AT|^2 + |TD|^2 - |AD|^2}{2\cdot|AT|\cdot|TD|}$$. Po dosazení

$$\cos\omega = \frac{\frac{3a^2}{8} + \frac{3a^2}{8} - a^2}{2\cdot\sqrt{\frac{3a^2}{8}}\cdot\sqrt{\frac{3a^2}{8}}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \omega \doteq 109^0 28'$$

Vazebný úhel v molekule metanu má tedy velikost asi $109^0 28'$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.