

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ROVNICE S DOLNÍ CELOU ČÁSTÍ

Popis aktivity
Řešení neobvyklé rovnice na základě definice pojmu dolní celá část.
Předpokládané znalosti
Řešení jedné rovnice se dvěma neznámými, stanovení podmínek, řešení nerovnice, zkouška
Zadání
<p>Dolní celá část je předpis, který každému reálnému číslu X přiřadí největší celé číslo, které je menší nebo rovno číslu X. Označuje se $\lfloor X \rfloor$. Např. $\lfloor 3,6 \rfloor = 3$, $\lfloor -3,7 \rfloor = -4$, $\lfloor 8 \rfloor = 8$. Na základě uvedené definice vyřešte rovnici: $4\lfloor x \rfloor + 16 = 8x$</p>
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Po vysvětlení pojmu můžeme žákům poradit začátek řešení a vyzvat je k řešení např. ve skupinách. Položíme-li $x = a + b$, kde $a \in \mathbb{Z}, b \in (0;1)$, pak $\lfloor x \rfloor = a$ a rovnici $4\lfloor x \rfloor + 16 = 8x$ můžeme zapsat ve tvaru $4a + 16 = 8(a + b)$. Dostáváme rovnici se dvěma neznámými, která má po úpravě tvar $a + 4 = 2a + 2b$ neboli $b = \frac{4-a}{2}$. Vzhledem k podmínce pro číslo b pak řešíme soustavu nerovnic $0 \leq \frac{4-a}{2} < 1$.</p> <p>Tedy $0 \leq \frac{4-a}{2} \wedge \frac{4-a}{2} < 1$ nastane právě když $a > 2 \wedge a \leq 4$. Protože a je celé číslo, dostáváme právě dvě možnosti - buď $a = 3$ nebo $a = 4$.</p> <p>Jestliže $a = 3$, pak $b = \frac{4-a}{2} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$, jestliže $a = 4$, pak $b = \frac{4-a}{2} = \frac{4-4}{2} = 0$.</p> <p>Daná rovnice má tedy dvě řešení:</p> $x = 3 + \frac{1}{2} = 3,5 \text{ nebo } x = 4 + 0 = 4.$ <p>O správnosti výpočtů se můžeme přesvědčit zkouškou dosazením do dané rovnice.</p> <p>Zkouška: pro $x = 3,5$ je $\lfloor 3,5 \rfloor = 3$, tedy $L = 4 \cdot 3 + 16 = 28, P = 8 \cdot 3,5 = 28, L = P$.</p> <p>Pro $x = 4$ je $\lfloor 4 \rfloor = 4, L = 4 \cdot 4 + 16 = 32, P = 8 \cdot 4 = 32, L = P$.</p>
Doplňkové aktivity
Žáky můžeme vyzvat k formulaci definice pojmu horní celá část, k načrtnutí grafů obou funkcí a jejich porovnání.