TŘI KRABIČKY

Popis aktivity

Sestavení soustavy rovnic na základě zadání.

Předpokládané znalosti

Kvádr, objem kvádru, obsah obdélníka, metody řešení soustav rovnic, řešení bikvadratické rovnice

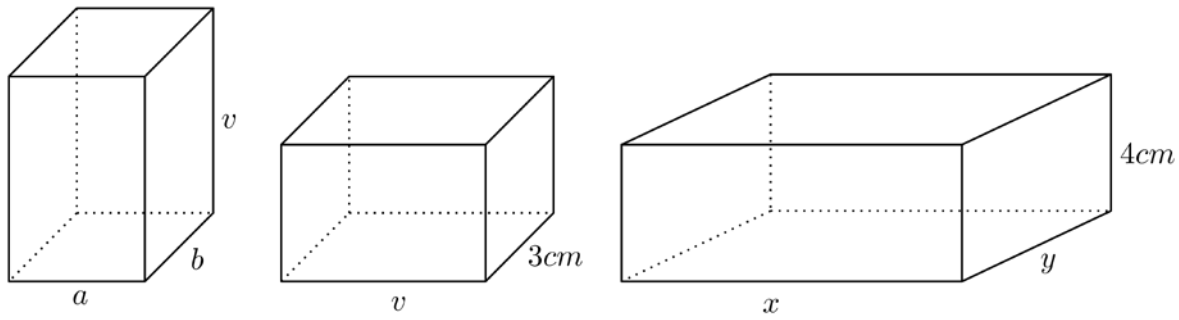
Zadání

Na stole jsou postaveny tři krabičky tvaru kvádru. První krabička má objem $16\ \mathrm{cm}^3$, druhá má jeden rozměr podstavy rovný výšce první krabičky a druhý rozměr podstavy je $3\ \mathrm{cm}$, třetí krabička má výšku $4\ \mathrm{cm}$ a její objem je roven objemu krychle, jejíž hrana by měla délku rovnu výšce první krabičky. Navíc platí, že třetí krabička pokrývá právě tak velký kus stolní desky, jako první dvě krabičky dohromady.

a) Určete výšku první krabičky.
b) Je možné ze zadaných hodnot určit jednoznačně rozměry všech tří krabiček?

Možný postup řešení, metodické poznámky

a)



Označíme-li rozměry krabiček podle obrázku, pak podle podmínek úlohy má platit:

$abv = 16$, $ab + 3v = xy$, $4xy = v^3$

Jedná se o soustavu tří rovnic s pěti neznámými. Jestliže z první rovnice vyjádříme ab, ze třetí rovnice xy a dosadíme do druhé rovnice, dostáváme rovnici o jedné neznámé ve tvaru

$\frac{16}{v} + 3v = \frac{v^3}{4}$. Po úpravě vznikne rovnice 4. stupně $v^4 - 12v^2 - 64 = 0$ (bikvadratická), kterou můžeme převést na rovnici kvadratickou substitucí $v^2 = t$ nebo řešit rozkladem na součin dvou činitelů.

V našem případě se jedná o součin $\left(v^2 - 16\right)\cdot\left(v^2 + 4\right) = 0$. Protože druhý činitel součinu je vždy nenulový a výška $v > 0$, je jediným řešením naší úlohy hodnota $v = 4$.
Výška první krabičky je tedy $4\ \mathrm{cm}$.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

b)Dosazením hodnoty $v = 4$ do původní soustavy dostaneme soustavu

$$ab = 4$$
$$xy = 16$$

Jedná se o soustavu dvou rovnic o čtyřech neznámých, která má nekonečně mnoho řešení – všechny rozměry krabiček tedy není možné jednoznačně určit.

Doplňkové aktivity

Žáci mohou sami neznámé rozměry určovat. Zajímavostí je, že rozměry a, b i x, y jsou ve vztahu nepřímé úměrnosti.

Obrazový materiál	Dílo autora