

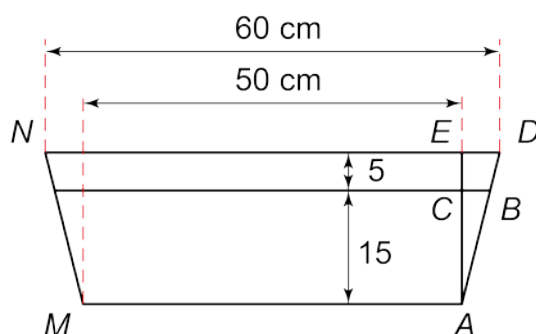
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

TRPASLÍCI SI VAŘÍ VEČEŘI - ŘEŠENÍ

Nejdříve vypočítáme maximální objem guláše, který se vejde do hrnce (brambory i maso jsou zcela ponořeny). Je třeba vypočítat objem komolého kuželu. Vyjdeme ze vzorce:

$$V_k = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot v \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

Poloměr menší podstavy je $r_1 = 25$ cm, poloměr větší podstavy neznáme (jde o komolý kužel, který je „tvořen“ gulášem), výška se rovná 15 cm. Poloměr větší podstavy vypočítáme pomocí podobnosti trojúhelníků: ACB a AED :



Poměr podobnosti je dán poměrem délek odpovídajících si stran, v našem případě známe délky stran AC a AE , pro výpočet neznámé délky $x = |CB|$ použijeme odpovídající stranu většího trojúhelníku, stranu ED .

Protože je hrnec tvaru komolého kuželu, je čtyřúhelník na obrázku rovnoramenný lichoběžník. Proto platí:

$$|ED| = \frac{1}{2} \cdot (|ND| - |MA|) = \frac{1}{2} \cdot (60 - 50) = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$$

Napišme vztah pro podobnost trojúhelníků ACB a AED :

$$p = \frac{|AC|}{|AE|} = \frac{|CB|}{|ED|}$$

Znamé hodnoty dosadíme:

$$\begin{aligned} \frac{|AC|}{|AE|} &= \frac{|CB|}{|ED|} \\ \frac{15}{20} &= \frac{|CB|}{5} && | \cdot 5 \\ |CB| &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Poloměr větší podstavy se tedy rovná $r_2 = 25 + \frac{15}{4} = \frac{115}{4}$.

Můžeme vypočítat maximální možný objem připravovaného guláše:

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot v \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15 \cdot \left(25^2 + 25 \cdot \frac{115}{4} + \left(\frac{115}{4} \right)^2 \right) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15 \cdot \left(625 + \frac{2875}{4} + \frac{13225}{16} \right) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15 \cdot \frac{625 \cdot 16 + 2875 \cdot 4 + 13225}{16} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{1000 + 21500 + 13225}{16} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{35725}{16} \doteq 2337 \end{aligned}$$

V hrnci je možno uvařit nejvýše 2337 cm^3 guláše, což je 2,337 l guláše.

Vypočtěme objem všech ingrediencí a vody (po převedení na cm^3):

$$\begin{aligned} V_i &= 50 \cdot 2^3 + 30 \cdot 3^3 + 300 + 1500 = 50 \cdot 8 + 30 \cdot 27 + 300 + 1500 = 400 + 810 + 300 + 1500 = \\ &3010 \text{ cm}^3 \\ &3,011 \end{aligned}$$

Objem všech ingrediencí a vody je 3010 cm^3 , tedy 3,01 l.

Vidíme, že guláš se trpaslíkům do zvoleného hrnce nevejde.