VÝCHOD SLUNCE

Popis aktivity

Určování funkčních hodnot dané funkce, hledání extrému funkce.

Předpokládané znalosti

Mocninná funkce, kvadratická funkce, extrém funkce

Potřebné pomůcky

Kalkulátor

Zadání

Existuje několik algoritmů i složitých programů, jejichž pomocí je možné zjistit čas východu slunce. Každý z nich však může poskytovat rozdílné výsledky – záleží např. na tom, jak moc se zaokrouhluje a co všechno se bere v úvahu. I údaje v médiích jsou pouze orientační a většinou se vztahují ke konkrétnímu místu – v České republice platí např. pro Prahu.

Poměrně snadno můžeme zjistit hodinu východu slunce pomocí mocninné funkce šestého stupně, která je dána vztahem:

$$f: y = 4,55871\cdot 10^{-14}x^6 - 3,76733\cdot 10^{-11}x^5 + 5,70607\cdot 10^{-9}x^4 +$$
$$+2,25745\cdot 10^{-6}x^3 - 0,000577025x^2 + 0,006370855x + 7,90488916$$

Za x dosazujeme pořadí dne v roce (1. ledna = 1, 1. února = 32,…), hodnota y pak udává čas východu slunce v hodinách.

Přesněji lze zjistit východ slunce pro jednotlivé měsíce. Např. pro červen lze použít kvadratickou funkci $g: y = 0,0003x^2 - 0,0109x + 3,9318$, kde za x dosazujeme pořadí dne v červnu (1. června=1, 2. června=2,…), hodnota y udává opět čas východu slunce.

a) Určete, v kolik hodin vyšlo slunce 1. ledna a 10. dubna.
b) Určete čas východu slunce 1. června užitím funkce g.
c) Který den vyšlo slunce v červnu nejdříve?

Možný postup řešení, metodické poznámky

Jedná se pouze o dosazování a výpočty pomocí kalkulátoru – můžeme třídu rozdělit na skupiny a každé skupině zadat jiné datum.

a) Pro 1. leden dosadíme do vztahu pro funkci f $x = 1$, dostaneme

$$y = 4,55871\cdot 10^{-14} - 3,76733\cdot 10^{-11} + 5,70607\cdot 10^{-9} +$$
$$+2,25745\cdot 10^{-6} - 0,000577025 + 0,006370855 + 7,90488916 = 7,910685009$$

To znamená, že 1. ledna vychází slunce v $7,910685009$ hodin, tedy asi v 7 hod 55 minut.

10. duben je stý den v roce, dosazujeme tedy $x = 100$ a dostáváme

$$y = 4,55871\cdot 10^{-2} - 3,76733\cdot 10^{-1} + 5,70607\cdot 10^{-1} + 2,25745 - 5,77025 +$$
$$+0,6370855 + 7,90488916 = 5,26863576$$

10. dubna slunce vychází v $5,26863576$ hodin, tedy asi v 5 hodin 16 minut.

b) Do vztahu pro funkci g dosadíme $x = 1$, dostáváme tak

$$y = 0,0003 - 0,0109 + 3,9318 = 3,9212$$

1. června vychází slunce přibližně ve 3 hod 55 minut.

c) Funkce $g: y = 0,0003x^2 - 0,0109x + 3,9318$ je funkce kvadratická, definičním oborem je množina $D = \{1, 2, 3, ..., 28, 29, 30\}$.

Grafem kvadratické funkce je parabola, vzhledem k tomu, že koeficient u kvadratického členu je kladné číslo, má tato funkce minimum ve vrcholu příslušné paraboly.

Budeme-li uvažovat kvadratickou funkci s definičním oborem $\mathbb{R}$, pak extrém můžeme nalézt užitím derivace funkce.

Tedy $y' = 2 \cdot 0,003x - 0,0109$ a $y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{109}{6} = 18,1\overline{6}$

Vzhledem k definičnímu oboru funkce g je $x = 18$, slunce tedy vyjde nejdříve 18. června.

Určením hodnoty funkce g pro $x = 18$ pak můžeme spočítat, v kolik hodin to bude: sluníčko vyjde v tento den na oblohu asi ve 3 hodiny 50 minut.

Doplňkové aktivity

Žáci mohou své výpočty porovnávat s údaji v médiích resp. na internetu, mohou se pokusit např. pomocí Geogebry sestrojit grafy obou funkcí.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je M. Hrubá
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.