

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ZAJÍMAVÁ TROJICE

Popis aktivity
Sestavení soustavy rovnic na základě zadání, řešení jedné rovnice se dvěma neznámými.
Předpokládané znalosti
Metody řešení soustav rovnic, rozklad na součin
Zadání
Najděte všechny trojice přirozených čísel, jejichž součet je 80 a jedno z nich je součinem zbývajících.
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Označíme-li hledaná přirozená čísla x, y, z, pak podle zadání úlohy musí platit:</p> $x + y + z = 80$ $x = yz$ <p>Dostáváme soustavu dvou rovnic o třech neznámých, po dosazení za x z druhé rovnice pak jednu rovnici o dvou neznámých ve tvaru</p> $yz + y + z = 80$, kterou máme řešit v množině přirozených čísel (diofantická rovnice). Pokud k oběma stranám rovnice přičteme číslo 1, můžeme vhodně vytknout a rozložit levou stranu rovnice na součin dvou činitelů. Tedy: $yz + y + z + 1 = 80 + 1$ $y \cdot (z + 1) + (z + 1) = 81$ $(z + 1)(y + 1) = 81$ <p>Nyní hledáme přirozená čísla $z + 1, y + 1$, jejichž součin je roven číslu 81. Existují tři takové dvojice přirozených čísel a to:</p> <p>1, 81 3, 27 9, 9</p> <p>Z první dvojice vyplývá: $z + 1 = 1 \Rightarrow z = 0$, ale $0 \notin N$, tedy tato dvojice nevyhovuje podmínkám naší úlohy. Z druhé dvojice plyne: $z + 1 = 3 \Rightarrow z = 2, y + 1 = 27 \Rightarrow y = 26$, tedy $x = 2 \cdot 26 = 52$ a třetí dvojice dává výsledek: $z + 1 = 9 \Rightarrow z = 8, y + 1 = 9 \Rightarrow y = 8$, tedy $x = 64$. Zkouškou ověříme správnost našich výpočtů. Daná úloha má tedy dvě řešení: $x = 52, y = 26, z = 2$ a $x = 64, y = 8, z = 8$</p>
Doplňkové aktivity
<p>Můžeme žáky vyzvat k nalezení jiného postupu při řešení rovnice (k výše uvedenému postupu bude zřejmě nutné je přivést).</p> <p>Jestliže z rovnice $yz + y + z = 80$ vyjádříme y, dostaneme $y = \frac{80 - z}{z + 1} = -1 + \frac{81}{z + 1}$ (po vydělení čitatele jmenovatelem) a nyní hledáme $z \in N$ tak, aby i y bylo přirozeným číslem.</p>